ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 21 DÉCEMBRE 1931.

PRÉSIDENCE DE M. Louis de LAUNAY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Malaviya**, recteur de l'Université de Bénarès, qui assiste à la séance.

M. **Émile Picard**, en présentant à l'Académie une publication de l'Observatoire d'Abbadia, s'exprime en ces termes :

Je dépose sur le bureau le *Quatrième Catalogue* de notre *Observatoire d'Abbadia, comprenant* 1272 *étoiles dont* 662 *fondamentales, observées en* 1926 *et* 1927, *et réduites à* 1925,0. Il y a eu en moyenne huit observations pour chaque étoile, et l'on est resté dans la zone regardée comme la plus favorable pour Abbadia, entre $+45°$ et $-26°$.

Le chronographe du P. Verschaffel, prototype de tous les chronographes imprimants utilisés dans le monde entier, à régulation par pendule conique, continue à donner toute satisfaction à nos observateurs.

HISTOIRE DES SCIENCES. — *Les membres et correspondants de l'Académie royale des Sciences* (1666-1793). Note de M. **A. Lacroix**.

Je dépose sur le Bureau un petit volume intitulé *Les membres et les correspondants de l'Académie royale des Sciences* (1666-1793), publié au nom de l'Académie :

Après avoir établi, en 1917, *l'Annuaire* historique de *l'Académie des*

Sciences de l'Institut de France, publié depuis lors chaque année et tenu à jour, il a paru utile de dresser, sur le même plan, la liste raisonnée, aussi complète que possible, de tous ceux qui, à des titres divers, ont été nos ancêtres et ont fait partie de l'*Académie royale des Sciences*, supprimée, avec toutes les autres Académies, par la loi du 8 août 1793. C'est là un pieux souvenir que nous devons à nos prédécesseurs.

L'idée n'est pas neuve; sans parler des listes publiées jadis par les Secrétaires perpétuels J.-B. du Hamel et Fontenelle, Ernest Maindron a donné, en 1888, sous les auspices de J.-B. Dumas, l'un de leurs successeurs, une liste des membres de l'Académie royale accompagnée de diverses indications biographiques, mais cette énumération demandait des retouches et elle ne comprend pas les *Correspondants*.

M. Paul Dorveaux, qui, depuis plusieurs années, de concert avec M. Pierre Gauja, travaille assidûment, et avec succès, au classement de nos archives, s'est chargé de cette nouvelle tâche; elle a demandé de longues et pénibles recherches effectuées avec beaucoup de patience, de dévoûment et de sagacité. Des lacunes, malheureusement trop nombreuses, subsistent notamment dans les dates concernant les Correspondants. Beaucoup ne pourront être comblées, d'autres auraient pu être évitées par un supplément d'effort, mais il a paru préférable de ne pas retarder davantage la publication de ce petit volume. Nous le considérons comme une première approximation; aussi, *bien loin de chercher à dissimuler nos inconnues, les avons-nous mises en évidence, dans l'espoir que des érudits nous aideront à les faire disparaître dans une édition ultérieure.*

Quelques indications historiques sont nécessaires pour donner la signification de la nomenclature, assez compliquée et variable avec le temps, du personnel de l'ancienne Académie.

Dans le courant du XVIIe siècle, une Société privée de savants parisiens s'était formée qui se réunissait à jours fixes chez le P. Mersenne, puis chez le maître des requêtes Montmort, enfin plus tard chez le physicien Melchisédec Thévenot. Parmi ces savants, il faut compter G. Personne de Roberval, Descartes, Blondel, Blaise Pascal et son père Étienne Pascal, Gassendi.

Vers 1666, Colbert qui, comme son maître Louis XIV, avait de grands projets littéraires, pour employer le style du temps, s'intéressa à ce petit cénacle et lui donna l'hospitalité dans sa bibliothèque personnelle. Lorsque

la Bibliothèque du roi fut transférée rue Vivienne, avec l'approbation du monarque, Colbert l'y logea.

L'Académie royale des Sciences était née. Elle comprenait un Secrétaire perpétuel, Jean-Baptiste du Hamel, 7 mathématiciens (Pierre de Carcavi, Christian Huygens, G. Personne de Roberval, Bernard Frénicle de Bessy, Adrien Auzout, Jean Picart et Jacques Buot), 7 physiciens (Cureau de la Chambre et Claude Perrault, médecins; Samuel Cottereau-Duclos et Claude Bourdelin, chimistes; Jean Pecquet et Louis Gayant, anatomistes; Nicolas Marchant, botaniste), et quelques jeunes gens qui leur furent adjoints pour « les aider dans leurs travaux et leur succéder un jour ». On devait plus tard les appeler des *élèves*.

A la fin de l'année 1698, l'Académie se composait de 33 membres, dont un académicien externe, Fantet de Lagny, résidant à Lyon et 3 élèves.

Le roi approuvait l'élection des membres de l'Académie, donnait à celle-ci un budget et des pensions à quelques-uns des Académiciens, mais aucun règlement n'avait été octroyé à la Compagnie. Le premier acte officiel connu est la déclaration suivante, inscrite par Jean-Baptiste du Hamel, en tête du premier volume des *Procès-verbaux* rédigés par lui et conservés dans nos Archives.

« Ce 22 décembre 1666, il a esté arresté dans la Compagnie qu'elle s'assemblera deux fois la semaine, le mercredy et le samedy.

» 2. Que l'un de ces deux jours, sçavoir le mercredy, on traitera des mathématiques; le samedy, on travaillera à la physique.

» 3. Comme il y a une grande liaison entre ces deux sciences, on a jugé à propos que la Compagnie ne se partage point, et que tous se trouvent à l'assemblée les mesmes jours. »

On voit que notre classement en *division des sciences mathématiques* et *division des sciences physiques* ne date pas d'hier.

L'Académie vécut sous ce régime relativement libre jusqu'en 1699. En 1697, Fontenelle avait remplacé J.-B. du Hamel, comme Secrétaire perpétuel; ses successeurs devaient être Dortous de Mairan (1740), Grandjean de Fouchy (1744), et enfin Condorcet (1776). Il est piquant de remarquer que les quatre premiers de ces Secrétaires *perpétuels* n'ont pas achevé leur mandat et ont démissionné. Quant au dernier l'on connaît sa fin tragique.

Règlement du 26 *janvier* 1699. — Ce fut à cette date seulement que le roi

donna à l'Académie une organisation officielle, mais en même temps, il mit la main sur elle. Il transféra (31 mars) au Louvre son siège social qu'elle conserva jusqu'à la suppression des Académies, en 1793. Elle se réunissait dans la grande cour du palais, au 1er étage, au-dessus de la seconde partie de la salle des Cariatides.

L'Académie comprenait quatre *Classes*.

La première était constituée par 10 *honoraires*, parmi lesquels le roi choisissait le président, « tous régnicoles et recommandables par leur intelligence dans les mathématiques ou dans la physique ». En réalité, c'étaient des grands seigneurs ou des dignitaires de hautes charges du Royaume ou de la Cour.

La seconde Classe comprenait 20 *pensionnaires*, ainsi nommés parce qu'ils recevaient une pension sur la cassette royale : trois *géomètres*, trois *astronomes*, trois *mécaniciens*, trois *anatomistes*, trois *chimistes*, trois *botanistes*, un *Secrétaire* et un *Trésorier perpétuels*. Le vice-président était désigné par le roi et pris parmi les pensionnaires. Ceux-ci devaient habiter Paris et étaient remplacés en cas de départ de la capitale.

La troisième Classe était formée de 20 *associés* : 12 régnicoles (deux pour chacune des disciplines énumérées plus haut) et 8, qui pouvaient être étrangers, sans distinction de spécialité.

Seuls les Académiciens honoraires et les pensionnaires avaient droit au vote pour les élections et les affaires concernant l'Académie.

Enfin, la dernière Classe était constituée par les *élèves*, attachés à un pensionnaire et de même spécialité. Eux aussi étaient astreints à la résidence. Ils devaient avoir au moins 20 ans d'âge, les pensionnaires, au moins 25.

Ces divers ordres d'Académiciens étaient choisis par l'Académie suivant un protocole propre à chacun d'eux et soumis au roi qui les nommaient, à moins qu'il eût la fantaisie d'en désigner d'autres.

Le règlement indique que les Académiciens devaient être assidus aux séances; pour chacune d'elles les pensionnaires se partageaient 40 jetons. Nul d'entre eux ne pouvait, sans un congé exprès du roi, s'absenter plus de deux mois pour ses affaires personnelles, hors du temps des vacances.

Les Académiciens ayant à la cour un office les obligeant à séjourner loin de la capitale, obtenaient la *vétérance* qui fut instituée le 23 mars 1707; elle s'appliquait aux pensionnaires, aux associés et aux élèves. Les *vétérans* pouvaient assister aux assemblées de l'Académie, et ils y avaient voix

délibérative; comme les titulaires, ils avaient droit aux publications de l'Académie et à un service après leur mort.

Règlement du 3 *janvier* 1716. — Ce règlement porta le nombre des *honoraires* à 12, celui des associés (¹), à 24, dont 12 étrangers. La Classe des élèves fut modifiée et débaptisée, les élèves étant remplacés par 12 *adjoints* (2 à chacune des six disciplines énumérées plus haut).

Au *président* et au *vice-président* annuels pris par le roi parmi les honoraires, et nommés par lui, furent adjoints un *directeur* (²) et un *sous-directeur* choisis de la même façon parmi les pensionnaires.

A partir de 1717, des *surnuméraires* figurent sur la liste des membres de l'Académie, publiée par l'*Almanach Royal*. C'étaient des savants recommandables, introduits par le roi en surnombre et destinés à devenir titulaires.

Le 22 mai 1730, était créée une place d'adjoint géographe.

Règlement du 23 *mars* 1753. — Le règlement de 1699 spécifiait par son article XXVII « que l'Académie aura soin d'entretenir commerce avec les divers savans, soit de Paris et des provinces du Royaume, soit même des pays étrangers », mais il était muet sur le mode de recrutement de ces correspondants. Or, dans la séance du 4 mars 1699, l'Académie en désigna 85, en les attachant non à une discipline, mais aux membres qui les avaient proposés et avec qui seulement ils avaient le droit de correspondre. Leur demeure devait être distante d'au moins 10 à 12 lieues de Paris. Ces correspondants furent recrutés pendant longtemps tant bien que mal, souvent même plutôt mal que bien, trop souvent parmi les parents et les amis des titulaires. Une réforme s'imposait. Aussi, le 23 mars 1753, Louis XV octroya-t-il un règlement en vertu de quoi « on ne recevra pour correspondants que ceux qui auront donné à l'Académie une idée avantageuse de leurs connaissances dans quelques-unes des sciences qu'elle a pour objet ».

Désormais les correspondants sont soumis à l'élection. S'ils viennent

---

(¹) Le nombre des associés régnicoles a été successivement élevé à 14 (5 août 1731), à 16 (9 janvier 1762), enfin à 20 (8 juin 1765).

(²) La création d'un directeur et d'un sous-directeur avait été demandée par l'Académie en 1700, le président et le vice-président étant rarement présents, mais dès le 16 décembre 1702, le roi avait décidé qu'ils seraient nommés par lui.

habiter à Paris, ils peuvent assister aux séances de l'Académie pendant un an, après quoi ils sont exclus s'ils n'ont pas été admis dans une Classe. Tout correspondant qui, sauf les cas de force majeure, reste trois ans sans donner signe de vie à l'Académicien dont il dépend, est rayé. Enfin à la mort d'un Académicien, ses correspondants sont rattachés à l'un de ses confrères.

Les membres de l'Académie eux-mêmes n'étaient pas à l'abri des exclusions; on trouvera indiqués quelques motifs de cette mesure sévère : négligence, manque d'assiduité, absence, expatriation. En 1702, on voit même exclure un astronome en application de l'article XXVI du règlement de 1699, ainsi conçu. « L'Académie veillera exactement à ce que, dans les occasions où quelques académiciens seront d'opinions différentes, ils n'emploient aucun terme de mépris ni d'aigreur l'un contre l'autre, soit dans leurs discours, soit dans leurs écrits. »

Règlement du 23 *avril* 1785. — Enfin, une dernière modification aux statuts de l'Académie date de la veille de la Révolution; elle fut l'œuvre de Lavoisier, alors directeur.

Il n'est pas touché aux Secrétaire et Trésorier perpétuels, ni aux 12 honoraires; les associés libres sont au nombre de 12, et les associés étrangers 8; l'adjoint géographe prend le titre d'associé géographe. Mais le nombre des Classes est porté de 6 à 8 : *géométrie*, *astronomie*, *mécanique*, *physique générale*, *anatomie*, *chimie et métallurgie*, *botanique et agriculture*, *histoire naturelle et minéralogie*. La notion des deux divisions est précisée : la Classe de physique générale est rangée parmi celles des mathématiques, et la Classe d'histoire naturelle et de minéralogie avec celles de physique.

Quant aux surnuméraires, il n'en sera plus admis aucun, « sous quelque prétexte que ce soit ». C'était là un barrage opposé à l'arbitraire royal. Il n'est plus question des vétérans.

Le 19 décembre 1792, l'Académie obtient enfin le droit de nommer elle-même son président (D'Arcet), et son vice-président (Laplace). Le directeur et le sous-directeur sont supprimés.

Peu à peu l'on se rapproche ainsi du statut qui, en 1795, va devenir celui de la Première Classe de l'Institut de France, et qui, à peu de chose près, est resté le nôtre.

MAGNÉTOCHIMIE. — *Sur l'existence et la préparation du sous-oxyde de plomb.* Note [1] de MM. **Paul Pascal** et **Pierre Minne**.

L'existence du sous-oxyde Pb^2O a été parfois mise en doute et certains modes de préparation ont été particulièrement discutés. Nous avons cherché à les suivre par l'analyse magnétique.

Le procédé qui paraît conduire à un composé défini est la décomposition de l'oxalate de plomb [2] dans le vide, à 275° :

$$2(CO^2)^2Pb \rightarrow CO + 3CO^2 + Pb^2O.$$

Grâce au jeu d'une pompe Langmuir, la pression n'a jamais dépassé 1^{mm} de mercure au cours de nos expériences, qui ont duré chaque fois une vingtaine d'heures. Nous sommes donc toujours restés loin du seuil de 5^{cm} de mercure qui provoquerait la réaction du gaz carbonique sur le sous-oxyde et sa réduction par l'oxyde de carbone [3].

L'arrêt de la transformation correspond à la cessation du dégagement gazeux et il est indiqué par le jeu d'une jauge de Mac Leod.

Nous avons pu obtenir ainsi un produit pur et constant, noir velouté, contenant 96,1 pour 100 de plomb (théorie pour Pb^2O : 96,28 pour 100). La densité, mesurée par la méthode du flacon, dans le toluène sec qui mouille parfaitement le corps, est égale à 8,35, à 18°; la susceptibilité magnétique, évaluée à la balance de Curie, est $\chi_{Pb^2O} = -0,09.10^{-6}$. Il ne peut donc s'agir d'un mélange équimoléculaire de plomb ($\chi_{Pb} = -0,12.10^{-6}$) et d'oxyde PbO ($\chi_{PbO} = -0,19.10^{-6}$), et nous admettrons que la méthode à l'oxalate fournit un sous-oxyde défini Pb^2O.

Nous avons étudié d'autre part la réduction de l'oxyde de plomb PbO à l'aide de la phénylhydrazine, indiquée par Puxeddu [4], qui conseille d'opérer entre 80° et 150° en présence d'un excès du réactif réducteur.

A 80°, la réaction est très lente; au-dessus de 150°, il y a formation manifeste et rapide de plomb métallique. Nous avons donc d'abord opéré la réduction à la température moyenne de 115°, en utilisant un oxyde de

---

(1) Séance du 7 décembre 1931.

(2) Denham, *Journ. of Chem. Society*, 111, 1917, p. 29.

(3) Colson, *Comptes rendus*, 140, 1905, *p.* 865.

(4) Puxeddu, *Gazetta chimica italiana*, 58, 1928, p. 224.

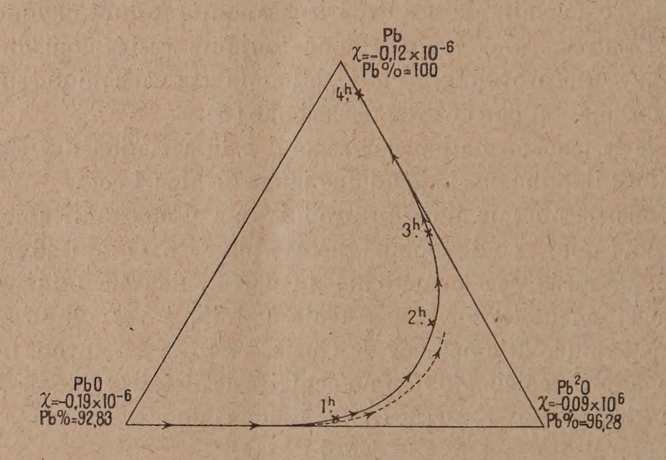
plomb finement pulvérisé et fréquemment remis en suspension dans le liquide.

Le produit de la réaction a été recueilli toutes les heures, lavé à l'alcool absolu et à l'éther, pour être séché dans le vide sulfurique; il a été analysé et étudié magnétiquement.

Voici une série de résultats :

Temps de réduction	Pb pour 100.	Susceptibilité magnétique.
1 heure	94,6	$-0,140.10^{-6}$
2 heures	96,8	$-0,113$ »
3 »	98,3	$-0,107$ »
4 »	99,8	$-0,118$ »

Ainsi, déjà au bout de deux heures, le produit contenait plus de plomb



qu'il n'en correspond au sous-oxyde; la réduction ne s'en tient donc pas au terme Pb^2O et elle conduit au plomb métallique.

L'apparition de ce dernier élément, dans les sous-oxydes obtenus par réduction, se manifeste dès les premiers moments de l'action de la phénylhydrazine, comme le montre le tracé de la trajectoire de réduction dans le triangle de référence : plomb-oxyde-sous-oxyde (voir figure).

On obtient facilement cette courbe en prenant les intersections des lignes de niveau, cotées dans le tableau précédent et qui appartiennent aux surfaces (planes) représentant les teneurs en métal et les susceptibilités magnétiques des mélanges ternaires : Pb — Pb — Pb^2O. Elle montre nettement qu'on n'atteint jamais le sous-oxyde pur, réduit, dès sa formation, à l'état

métallique et dans lequel, au bout de deux heures, on trouve un minimum de 40 pour 100 d'impuretés.

L'abaissement de la température de réduction à 105-110° diminue de moitié la vitesse de transformation, sans améliorer beaucoup la qualité du sous-oxyde, dont la loi d'apparition est donnée par la courbe en pointillé.

En résumé, la réduction de l'oxyde de plomb ne fournit pas le sous-oxyde pur, quelles que soient les conditions expérimentales et, seule, la décomposition de l'oxalate dans le vide semble conduire à un composé défini.

M. **M. Brillouin** fait hommage à l'Académie de deux Notices dactylographiées intitulées *Trente Ans d'Enseignement au Collège de France* et *Notice sur les travaux scientifiques* — 1900-1931 — *de M.* Marcel Brillouin, *professeur de Physique mathématique au Collège de France.*

M. **M. Molliard** présente à l'Académie le XIe volume de la *Flore complète*, illustrée en couleurs, *de France*, *Suisse et Belgique* entreprise par Gaston Bonnier et achevée par R. Douin, professeur à la Faculté des Sciences de Lyon.

Ce volume, qui se présente avec les mêmes caractères d'art et de précision que les précédents, se rapporte aux plantes Monocotylédones et spécialement aux Iridées, Orchidées, Joncées, Cypéracées et une partie des Graminées; la plupart des espèces de cette dernière famille trouveront place dans le XIIe et dernier volume, qui comprendra en outre les Gymnospermes et les Cryptogames vasculaires.

M. **Ch. Fabry** fait hommage à l'Académie du *Traité de Télémétrie* de M. Paul Mazuir, dont il a écrit la *Préface*.

CORRESPONDANCE.

M. **Raymond Ricard** adresse un rapport relatif à l'emploi qu'il a fait de la subvention accordée sur la *Fondation Loutreuil* en 1930.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Cesare Fabris. *Teorie moderne su l'origine e su la struttura dei cicloni*. (Présenté par Ch. Lallemand.)

2° Henry Derville. *Les Marbres du Calcaire carbonifère en Bas-Boulonnais*. (Présenté par M. L. Cayeux.)

Mmes Vves **Paul Appell**, **Eugène Derrien** et **Gabriel Grimaud** adressent des remercîments pour les distinctions que l'Académie a accordées aux travaux de leur mari.

M. et Mme **I. Herbrand** remercient l'Académie pour la distinction accordée aux travaux de leur fils **Jacques Herbrand**, décédé.

Mmes **Marc Bel**, **Berthe Chauchard**, **Mélina Lipinska** ;

MM. **Charles Bertin**, **Eugène Burlot**, **Fritz Busser**, **Léon Carez**, **Émile Cesari**, **Georges Champetier**, **Albert Chauchard**, **Henri Chipart**, **Henri Chrétien**, **Georges Darrieus**, **Jean des Cilleuls**, **Henri Devaux**, **Charles Dhéré**, **Eugène Estanave**, **Paul Fallot**, **Maurice Fontaine**, **Pierre Frémy**, **René Garnier**, **Jean Gautrelet**, **Émile Guyénot**, **Gustave Hinard**, **Louis Izard**, **Louis Justin-Besançon**, **Irénée Lagarde**, **Maurice Langeron**, **Maurice Lebrun**, **François Lesbre**, **Pierre Lesne**, **René de Mallemann**, **Henri Marcelet**, **Yves Milon**, **Victor Morax**, **Francis Perrin**, **Maurice Pilod**, **Émile Pierret**, **Gustave Ribaud**, **Edmond Rothé**, **Pierre-Ernest Roucayrol**, **Henri Roussilhe**, **François Saint-Girons**, **Paul Vignon**, **Maurice Villaret**, **Gabriel Voitoux** adressent des remercîments pour les distinctions accordées à leurs travaux.

Mme Vve Cusco adresse également des remercîments à l'Académie.

Mlle **Madeleine Chenot** ;

MM. **James Basset**, **Arthur Brunel**, **Gaston Delépine**, **Jean Dœuvre**, **René Dubrisay**, le Général commandant l'**École Polytechnique**, **Abel Gruvel**, **Antoine Lacassagne**, **Charles Marie**, **Serge Metalnikov**, le Directeur de l'**Office international pour la protection de la nature**, **Georges Perrier**, **Albert Peyrot**, **Raymond Ricard** adressent des remercîments pour les subventions qui leur ont été attribuées pour leurs recherches, leurs publications ou leurs bibliothèques.

ANALYSIS SITUS. — *Sur un invariant topologique.*
Note (1) de M. **Lucien Lichtenbaum**, présentée par M. Émile Borel.

Soit M un espace métrique compact. Ses sous-ensembles A et B sont dits voisins si

$$\overline{A} \times \overline{B} \neq 0.$$

Soit (A) un système de sous-ensembles de M tel que

$$M = \Sigma(A).$$

Nous appellerons entourage O de l'élément A du système (A) l'ensemble des éléments du système (A) différents de l'élément A et voisinant avec lui. Nous appellerons corps F de l'élément A du système (A) l'ensemble des éléments du système (A) voisinant avec l'élément A.

Supposons le système (A) formé d'un nombre fini de sous-ensembles fermés de M, c'est-à-dire

$$M = \sum_{i=1}^{k} A_i,$$

où k est un nombre fini entier.

Choisissons un point a_i dans l'ensemble A_i. Nous réunissons les points a_j et a_i en paire, si

$$A_i \times A_j \neq 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, k; j = 1, 2, \ldots, k; i \neq j).$$

A la paire a_i, a_j nous faisons correspondre arbitrairement le segment $a'_i a'_j$ de droite; alors nous avons la courbe $L(A_i)$ (2) dont l'ordre (3) dans le point a_i est évidemment égal au nombre des éléments dans O_i.

Soit ε un nombre positif donné. Soit p un nombre fini entier.

S'il existe un ε tel que M ne puisse pas être couvert par un nombre fini k d'ensembles fermés $A_1, A_2, \ldots, A_k$ de diamètre $< \varepsilon$ de telle manière que $F_i (i = 1, 2, \ldots, k)$ contienne un nombre d'ensembles inférieur à p, nous disons que l'ordre intégral de M n'est pas inférieur à p.

---

(1) Séance du 30 novembre 1931.

(2) Nous admettons que $a'_i a'_j \times a'_i a'_l = a'_i$, si $j \neq l$, et $a'_i a'_j \times a'_p a'_q = 0$, si $i \neq p \neq j$. $i \neq q \neq j$. Nous considérons les autres points de ces segments comme différents. Retenant la définition de point limite pour les points du segment nous avons un espace abstrait $L(A_i)$.

(3) K. Menger, *Die Ordnung* (*Mathematische Annalen*, 95, 1925, p. 278).

Dans ce cas il est évidemment impossible de construire pour un ε donné un système de sous-ensembles fermés (A_i) tel que l'ordre de la courbe $L(A_i)$ soit inférieur à p. Si, au contraire, M peut être couvert par un nombre fini k d'ensembles fermés du diamètre $< \varepsilon$, ε étant un nombre positif quelconque, de telle manière que O_i contienne un nombre d'ensembles inférieur à p, nous disons que l'ordre intégral de M n'est pas supérieur à p. Dans ce cas, pour chaque ε, nous pouvons construire un système d'ensembles fermés (A_i) tel que

$$M = \sum_{i=1}^{k} A_i,$$

et l'ordre de $L(A_i)$ est égal à p.

Si l'ordre intégral de M n'est ni inférieur ni supérieur à p, nous disons que l'ordre intégral de M est égal à p. Si l'ordre de M est supérieur à p pour chaque p fini et entier, nous disons qu'il est infini.

Parce que la notion que nous avons introduite se rattache à celle de l'ordre, nous nous sommes permis de l'appeler ordre. Par rapport à l'ordre intégral de l'intervalle n-dimensionnel euclidien R_n (¹) nous avons démontré le théorème suivant :

L'ordre de R_n est égal à $2^{n+1} - 2$.

Le corps F_i relativement au système (A_i) sera dit n-dimensionnel, si O_i contient un nombre d'éléments non inférieur à $2^{n+1} - 2$. Deux corps F_i et F_j sont dits indépendants, s'ils ne possèdent pas d'éléments communs.

Soit S_{n-1} la sphère à $n-1$ dimensions de l'espace euclidien à n dimensions, satisfaisant à l'équation

$$X_2^1 + X_2^2 + \ldots + X_n^2 = 1.$$

Relativement à S_{n-1} nous pouvons démontrer le théorème suivant :

Si le diamètre des F_i est inférieur à 1, le système (A_i) ne contient pas moins de deux corps $(n-1)$-dimensionnels indépendants.

(¹) H. Lebesgue, *Fundamenta Mathematicae*, 2, 1921, p. 257.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les congruences de droites et les surfaces parallèles dans l'espace hilbertien.* Note (¹) de M. E. **Pinte**, présentée par M. Élie Cartan.

Nous continuerons à faire nôtres les bases posées par M. Vitali (²). Nous dirons qu'une famille de droites à deux paramètres est une congruence, si elle se décompose de deux manières différentes en développables (³). Soit

$$P = M + wX \tag{1}$$

l'équation de la génératrice, M et X étant des fonctions de u et v (outre t). Le paramètre X doit satisfaire à une équation linéaire aux dérivées partielles du second ordre

$$cX_{11} + dX_{12} + eX_{22} + aX_1 + bX_2 + hX = 0 \tag{2}$$

et M à deux relations de la forme

$$M_1 = m_1 X + m_1^1 X_1 + m_1^2 X_2, \qquad M_2 = m_2 X + m_2^1 X_1 + m_2^2 X_2, \tag{3}$$

a, b, ..., m_i, m_i fonctions de u, v seulement.

Par un changement de variables u, v, et de paramètre X (2) peut se ramener à une équation de Laplace

$$X_{12} + aX_1 + bX_2 = 0. \tag{4}$$

Réciproquement, si l'on donne une V_3 conique $P = wX$, X satisfaisant à une équation de la forme (2), il existe une infinité de congruences qui l'admettent pour cône directeur. Supposons (2) réduit à la forme (4), et supposons que M décrive une nappe focale; M est déterminé par deux équations

$$M_1 = f_1 X, \qquad M_2 = f_2 X - rX_2, \tag{5}$$

avec $r = -f_2 : a$, f étant une fonction de u, v solution de

$$f_{12} - af_1 + \left(b - \frac{a_1}{a}\right) f_2 = 0; \tag{6}$$

$w = r$ donne alors la seconde nappe focale.

(¹) Séance du 7 décembre 1931.

(²) *Geometria nello spazio hilbertiano* (Bologna, Zanichelli, 1929).

(³) Tzitzéica, *Géométrie différentielle des réseaux*, p. 63 (Paris, Gauthier-Villars, 1924).

Les formules (3) montrent que toute génératrice infiniment voisine, aux infiniment petits du second ordre près, reste dans l'E_3 déterminée par M et par les trois directions X, X_1, X_2. Il s'ensuit que les propriétés infinitésimales métriques des congruences dans l'espace ordinaire et les formules qui les expriment subsistent dans l'espace hilbertien [1].

On définit les congruences normales comme dans la géométrie ordinaire. La condition nécessaire et suffisante pour qu'une congruence soit normale est que les plans focaux soient rectangulaires.

Un cas particulier est celui où l'équation (2), au lieu de se réduire à la forme (4), se réduit à la forme

$$X_{11} + aX_1 + bX_2 = 0. \tag{7}$$

La congruence est alors parabolique et se réduit aux tangentes asymptotiques d'une surface.

Voici une autre génération d'une congruence quelconque. Les points P des droites d'une congruence forment une $V_3(P)$. Celle-ci est l'enveloppe d'un E_3 dépendant de deux paramètres u et v. Les caractéristiques pour u et v indépendants sont les génératrices de la congruence. On peut dire aussi que cette V_3 est une V_3 réglée telle que l'E_3 tangent reste le même tout le long de chaque génératrice rectiligne.

On peut étendre aux réseaux et aux congruences rectilignes de l'espace hilbertien les notions de congruences harmoniques à un réseau; on a par exemple la proposition suivante : Deux réseaux conjugués à une congruence sont harmoniques à une autre congruence [2].

Nous dirons que deux surfaces (M), (N) non homothétiques sont parallèles, si leurs plans tangents sont deux à deux parallèles; elles admettent des réseaux conjugués de courbes parallèles. Les droites qui joignent les points correspondants M et N engendrent une congruence, dont les deux familles de développables correspondent aux deux familles de courbes du réseau conjugué.

Si l'on considère l'ensemble des droites joignant les points N de la surface (N) à un point fixe quelconque A, et si par le point M correspondant à N on mène une droite D parallèle à la droite AN, cette droite D engendre une congruence.

---

[1] Voir par exemple Vessiot, *Leçons de Géométrie supérieure*, p. 147 (Paris, Hermann, 1919).

[2] Tzitzéica, *Géométrie*... p. 71.

Inversement, étant donnée une congruence de droites

(1) $$P = M + \varpi X$$

(M et X fonctions de u et v, outre t), si on leur mène d'un point fixe O des parallèles $Q = xX$, X vérifie une équation qui, par un changement de variables et de paramètre, est réductible à la forme

(4) $$X_{12} + aX_1 + bX_2 = 0;$$

X décrit alors une surface à réseau conjugué. Il y a une infinité de tels réseaux conjugués dépendant de deux fonctions arbitraires, tracés sur la V_3 conique $Q = xX$. Si l'on considère un de ces réseaux, soit (X), il existe sur la congruence une famille à un paramètre de surfaces parallèles à la surface (X); on les obtient par une quadrature qui exprime ϖ, et la constante d'intégration est le paramètre de la famille.

La détermination des congruences admettant une V_3 conique comme cône directeur et la détermination des surfaces parallèles à une surface donnée sont deux problèmes équivalents. Il en est encore de même de la détermination des congruences parallèles.

On peut étendre certaines de ces considérations à des congruence rectilignes à n paramètres, c'est-à-dire à des systèmes de droites à n paramètres se décomposant en n familles de développables à $n-1$ paramètres. Elles peuvent s'obtenir comme V_{n+1} enveloppes d'E_{n+1} dépendant de n paramètres $u_1, u_2, \ldots u_n$, et admettant des droites caractéristiques, quand les u varient indépendamment les uns des autres. On peut dire aussi que ce sont les ∞^n génératrices d'une V_{n+1} réglée $P = M + \varpi X$ (M et X fonctions de $u_1, \ldots, u_n$, outre t) qui admet même E_{n+1} tangent tout le long de chaque génératrice rectiligne. La réciproque est vraie.

Enfin, si l'on considère deux V_n parallèles (M), (N) non homothétiques, c'est-à-dire ayant leurs E_n tangents deux à deux parallèles, il existe sur ces deux V_n un réseau de courbes parallèles, tel que par chaque point il en passe n différentes. Les droites joignant les points correspondants M, N engendrent une congruence dont les développables passent par les courbes parallèles.

GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE. — *Sur les réseaux dont les tangentes appartiennent à des complexes linéaires et les surfaces non euclidiennes à courbure totale constante.* Note [1] de M. **Jacques**, présentée par M. Élie Cartan.

La détermination d'un réseau $M(x_1, x_2, x_3)$, dont les tangentes appartiennent à des complexes linéaires, est liée à la résolution des systèmes suivants [2] :

$$\frac{\partial \xi_i}{\partial u} = \frac{\partial \varphi}{\partial u}\xi_i + e^{-\varphi}\eta_i, \qquad \frac{\partial \eta_i}{\partial u} = e^{\varphi}\xi_i,$$

$$\frac{\partial \xi_i}{\partial v} = e^{\varphi}\eta_i; \qquad \frac{\partial \eta_i}{\partial v} = \frac{\partial \varphi}{\partial v}\eta_i + e^{-\varphi}\xi_i$$

$$(i = 1, 2);$$

$$\frac{\partial r}{\partial u} + q e^{-\varphi} = 0, \qquad \frac{\partial q}{\partial u} + q\frac{\partial \varphi}{\partial u} + \frac{p^2}{\lambda^2} r e^{\varphi} = 0,$$

$$\frac{\partial r}{\partial v} + r\frac{\partial \varphi}{\partial v} + \frac{\lambda^2}{\mu^2} q e^{\varphi} = 0; \qquad \frac{\partial q}{\partial v} + r e^{-\varphi} = 0.$$

La fonction φ des deux variables u et v satisfaisant à l'équation

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial u\, \partial v} = e^{2\varphi} - e^{-2\varphi},$$

les coordonnées x_1, x_2 étant définies par les relations

$$x_1 = q\xi_1 + r\eta_1,$$
$$x_2 = q\xi_2 + r\eta_2.$$

Les quantités ξ_3, η_3, x_3 sont données par

$$\xi_3 = -\frac{r}{\lambda^2}e^{\varphi}, \qquad \frac{\partial x_3}{\partial u} = r^2 e^{2\varphi}\frac{\mu^2 - \lambda^2}{\lambda^4},$$

$$\eta_3 = -\frac{q}{\mu^2}e^{\varphi}; \qquad \frac{\partial x_3}{\partial v} = q^2 e^{2\varphi}\frac{\mu^2 - \lambda^2}{\lambda^4}.$$

L'objet de cette Note est d'indiquer, en partant de ces éléments, une correspondance analytique simple entre de tels réseaux et les réseaux formés par les lignes de courbure des surfaces non euclidiennes à courbure

---

(1) Séance du 30 novembre 1931.

(2) *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 577.

totale constante (¹). M. Demoulin a montré [*Académie Royale de Belgique* (Extrait des Bulletins n° 12, décembre 1909, p. 1189 et suiv.)] qu'il était possible, par certaines transformations géométriques, de déduire des réseaux M des surfaces à courbure moyenne non euclidienne constante. Les résultats obtenus ont équivalents.

Nous désignerons par $\ldots S_2, S_1, M, R_1, R_2 \ldots$ la suite (A) formée par le réseau M et ses divers transformés par la méthode de Laplace; par $\ldots s_2, s_1, m, r_1, r_2 \ldots$ la suite (a) analogue formée par les réseaux projetés sur le plan $x_1 O x_2$.

Les lignes asymptotiques des divers réseaux de la suite (A) se correspondent. Un calcul facile montre que ces lignes sont définies par les relations

$$\frac{u}{\lambda} \pm \frac{v}{\mu} = \text{const.}$$

Nous prendrons comme nouvelles variables

$$\frac{u}{\lambda} + \frac{v}{\mu} = U,$$

$$\frac{u}{\lambda} - \frac{v}{\mu} = V.$$

On sait que, dans ces conditions, les lignes asymptotiques du réseau M se projettent sur le plan $x_1 O x_2$ et définissent un réseau à invariants ponctuels égaux. L'équation de Laplace correspondante s'écrit

$$\frac{\partial^2 x}{\partial U\, \partial V} = \frac{\partial \varphi}{\partial V}\frac{\partial x}{\partial U} + \frac{\partial \varphi}{\partial U}\frac{\partial x}{\partial V}.$$

Remarquons aussi que les réseaux analogues déduits de la suite

$$\ldots S_4, S_2, M, R_2, R_4 \ldots$$

satisfont à la même équation, tandis que ceux qui se déduiraient de la suite

$$\ldots S_3, S_1, R_1, R_3 \ldots$$

vérifieraient l'équation de Laplace

$$\frac{\partial^2 x}{\partial U\, \partial V} = -\frac{\partial \varphi}{\partial V}\frac{\partial x}{\partial U} - \frac{\partial \varphi}{\partial U}\frac{\partial x}{\partial V}.$$

(¹) C. Guichard, *Sur la déformation des surfaces* (*Journal de Liouville*, 2, II, 1896, p. 123).

L'ensemble des réseaux ainsi définis est caractérisé par les éléments communs suivants, paramètres normaux $\overline{\xi_i}$, $\overline{\eta_i}$ des tangentes, rotations $\overline{m}$, $\overline{n}$, donnés par les égalités

$$\begin{aligned}\overline{\xi_i} &= -\frac{r\xi_i}{\lambda} + \frac{q\eta_i}{\mu} \\ \overline{\eta_i} &= -\frac{r\xi_i}{\lambda} - \frac{q\eta_i}{\mu}\end{aligned} \qquad (i=1, 2);$$

$$\overline{m} = \frac{\partial\varphi}{\partial V},$$

$$\overline{n} = \frac{\partial\varphi}{\partial U}.$$

Ces quantités nouvelles vont nous donner immédiatement l'interprétation géométrique indiquée.

On vérifie en effet que l'on a

$$\frac{\partial\overline{\xi_i}}{\partial U} = \frac{\partial\varphi}{\partial V}\overline{\eta_i} + 2(\lambda+\mu)\operatorname{ch}\varphi\left(\frac{q\xi_i}{\mu} - \frac{r\eta_i}{\lambda}\right) + 2(\lambda-\mu)\operatorname{sh}\varphi\left(\frac{q\xi_i}{\mu} + \frac{r\eta_i}{\lambda}\right),$$

$$\frac{\partial\overline{\xi_i}}{\partial V} = \frac{\partial\varphi}{\partial U}\overline{\eta_i};$$

$$\frac{\partial\overline{\eta_i}}{\partial U} = \frac{\partial\varphi}{\partial V}\overline{\xi_i},$$

$$\frac{\partial\overline{\eta_i}}{\partial V} = \frac{\partial\varphi}{\partial U}\xi_i - 2(\lambda-\mu)\operatorname{ch}\varphi\left(\frac{q\xi_i}{\mu} + \frac{r\eta_i}{\lambda}\right) - 2(\lambda+\mu)\operatorname{sh}\varphi\left(\frac{q\xi_i}{\mu} - \frac{r\eta_i}{\lambda}\right).$$

$$(i=1, 1).$$

Il en résulte que les quantités

$$x_i = \frac{q\xi_i}{\mu} + \frac{r\eta_i}{\lambda}, \qquad \overline{\xi_i} = -\frac{r\xi_i}{\lambda} + \frac{q\eta_i}{\mu},$$

$$y_i = \frac{q\xi_i}{\mu} - \frac{r\eta_i}{\lambda}; \qquad \overline{\eta_i} = -\frac{r\xi_i}{\lambda} - \frac{q\eta_i}{\mu},$$

$$(i=1, 2),$$

liées par les relations quadratiques

$$x_i^2 - y_i^2 + \xi_i^2 - \eta_i^2 = 0.$$

$$x_1x_2 - y_1y_2 + \xi_1\xi_2 - \eta_1\eta_2 = 0,$$

permettent de déduire immédiatement deux combinaisons isotropes et rectangulaires des éléments des différentes lignes d'un déterminant orthogonal d'ordre 4 que l'on peut faire correspondre (2) aux surfaces non euclidiennes à courbure totale constante.

GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE. — *Sur l'application projective d'un complexe quadratique sur le complexe linéaire non spécial.* Note [1] de M. **Paul Mentré**, présentée par M. Élie Cartan.

1. C'est un problème intéressant de rechercher les complexes projectivement applicables sur le complexe linéaire non spécial.

On sait notamment [E. Cartan, *Sur le problème général de la déformation* (*C. R. du Congrès International de Strasbourg*, 1920)] que les complexes enveloppés par un complexe linéaire non spécial dépendant d'un seul paramètre sont tous applicables.

Je vais me contenter de donner un exemple très simple de complexe applicable et enveloppé par un complexe linéaire dépendant de deux paramètres, en employant les notations de ma Thèse [2].

2. On peut choisir le repère $a_1 a_2 a_3 a_4$ associé à la génératrice $r = [a_1 a_2]$ d'un complexe linéaire g de manière à avoir les équations de Frenet

$$(1) \qquad da_1 = a_3 du - a_4 dv, \qquad da_2 = a_3 dv + a_4 dw, \qquad da_3 = 0; \qquad da_4 = 0.$$

Considérons d'autre part le complexe G défini par les équations compatibles

$$(2) \qquad \begin{cases} dA_1 = \alpha A_2 dv + A_3 du - A_4 dv; & dA_2 = \alpha A_2 dw + A_3 dv + A_4 dw, \\ dA_3 = 0, & dA_4 = \alpha^2 A_2 dw - \alpha A_3 dv + \alpha A_4 dw \qquad (\alpha = \text{const.}). \end{cases}$$

Ce complexe G, engendré par la génératrice $R = [A_1 A_2]$, est manifestement applicable sur le complexe linéaire, car les développables du complexe linéaire et du complexe G sont fournies par la même équation [3] de Monge

$$du\, dw + dv^2 = 0.$$

3. L'intégration du système (2) montre que l'équation du complexe G est, en coordonnées pluckériennes, $MX + YZ = 0$. Comme cette équation ne dépend pas de la valeur numérique de la constante α, *le complexe quadratique* G *admet une déformation projective sur lui-même*, cette déformation s'obtenant par la modification continue de α.

---

(1) Séance du 7 décembre 1931.

(2) Paul Mentré, *Les Variétés de l'espace réglé* (Paris, 1923).

(3) Fubini et Čech, *Lezioni di Geometria proiettivo-differenziale* (Bologne, 1927, p. 582).

4. Le complexe G a pour symbole [33]. Il peut être considéré comme un complexe tétraédral dégénéré. Il est enveloppé par un complexe linéaire dépendant seulement de deux paramètres et jouant le rôle de complexe stationnaire triple. Il admet sur chacune de ses droites un foyer inflexionnel triple et un foyer inflexionnel simple.

Il peut être engendré par les ∞^1 congruences linéaires L dont les directrices sont deux droites mobiles qui se correspondent homographiquement sur deux faisceaux plans tels que le plan du premier faisceau contient le sommet du second; d'ailleurs à la droite du premier faisceau passant par les deux sommets correspond l'intersection des deux plans.

5. Etudions maintenant la correspondance entre les droites r du complexe linéaire g et les droites R du complexe quadratique G.

Commençons par remarquer que si le paramètre v reste constant, la droite R reste dans une congruence linéaire L, tandis que r décrit une congruence linéaire r.

Il est remarquable que les ∞^1 congruences linéaires l engendrent le complexe linéaire g de la façon signalée par Sylvester : les directrices sont deux droites mobiles qui se correspondent homographiquement sur deux faisceaux plans tels que la droite d'intersection des deux plans coïncide avec la droite qui joint les sommets; d'ailleurs cette dernière droite se correspond à elle-même.

On voit aisément que si v varie, les deux directrices de $l(v)$ et les deux directrices de $L(v)$ restent en correspondance homographique.

6. Il nous reste à étudier la correspondance entre les droites de deux congruences linéaires associées $l(v)$ et $L(v)$. On vérifie facilement que l'on a une application singulière (au sens de M. Cartan) du deuxième ordre infinitésimal, car toutes les expressions de Pfaff $\Omega_{ij}-\omega_{ij}$ sont nulles sauf $\Omega_{42}-\omega_{42}$ et $\Omega_{44}-\omega_{44}=\Omega_{22}-\omega_{22}$, lorsque la différentielle dv est nulle.

On sait que toute application projective de complexes met en correspondance les développables. Comme les développables d'une congruence linéaire sont dégénérées en faisceaux plans, on prévoit que chaque faisceau F de la congruence $L(v)$ s'appliquera sur un faisceau f de la congruence $l(v)$. On constate d'ailleurs que la correspondance entre les droites de deux faisceaux plans associés est projective, car elle annule toutes les expressions $\Omega_{ij}-\omega_{ij}$.

Lorsque le sommet b du faisceau f décrit une directrice de $l(v)$, le sommet B du faisceau F décrit une directrice de $L(v)$; d'ailleurs les sommets b et B restent en correspondance homographique.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur l'itération de certaines fonctions algébriques*. Note [1] de M. F. MARTY, présentée par M. Émile Borel.

Appelons fonction *cyclique* une fonction dont les itérées n'associent à chaque point qu'un nombre fini de conséquents distincts.

Appelons *fonction d'automorphie* d'une fonction $f(z)$, une fonction $H(z)$ vérifiant

$$f[H(z)] = f(z).$$

1. On peut déterminer toutes les fonctions algébriques cycliques au moyen du résultat suivant :

THÉORÈME I. — *Si une fonction algébrique $Z(z)$ est cyclique, il existe une fonction rationnelle dont les seules fonctions d'automorphie sont $Z(z)$ et ses itérées.*

On en conclut facilement que, si une fonction algébrique est cyclique, tout conséquent d'un point est aussi un antécédent.

Soit $R(z) = \frac{P(z)}{Q(z)}$ la fraction rationnelle de définition, l'ensemble d'un point et de ses conséquents constitue les solutions de l'équation algébrique

$$P(z) + hQ(z) = 0$$

dont les coefficients dépendent linéairement d'un même paramètre.

L'équation qui lie z à un de ses conséquents Z est de la forme

$$H(Z, z) = \frac{P(Z)Q(z) - Q(Z)P(z)}{Z - z} = 0.$$

Si l'on calcule les coefficients de ce polynome H en fonction des coefficients de P et Q, on constate que, n étant le degré de $R(z)$:

THÉORÈME II. — 1° *$H(Z, z)$ est de degré $2n - 2$ au plus.*

2° *Si dans $H(Z, z)$ nous prenons l'ensemble des termes de degré inférieur ou égal à $p - 1$, cet ensemble peut servir de début à un polynome de même type ayant pour degré un nombre pair donné supérieur à $2n - 2$.*

3° *$H(Z, z)$ peut constituer l'ensemble des termes de degré inférieur à $2n - 1$ d'un polynome du même type ayant pour degré un nombre pair donné supérieur à $4n - 4$.*

---

(1) Séance du 7 décembre 1931.

On peut remarquer d'ailleurs que l'ensemble d'un point et de ses conséquents forme un système involutif.

2. Il peut arriver que le polynome $\Pi(Z, z)$ se décompose; par exemple, si l'on prend $R(z) = z^p$, on a $\Pi(z, Z) = z^{p-1} + z^{p-2} Z + \ldots + Z^{p-1}$, qui est un produit de facteurs linéaires en nombre égal au degré de Π.

Il peut arriver aussi que Π soit irréductible. Si par exemple $R(z)$, de degré n, a un zéro d'ordre $n-1$ et un zéro simple, la fonction d'automorphie présente un point critique irréductible d'ordre $n-1$, ce qui est incompatible avec une dégénérescence.

J'ai pu montrer que Π ne cesse d'être irréductible que si des égalités sont réalisées entre les paramètres arbitraires dont il dépend. J'énoncerai par exemple le type de dégénérescence suivant :

Théorème III. — *Si la fraction* $R(z)$ *est de la forme* $R_2[R_1(z)]$, *où* R_2 *et* R_1 *sont deux fractions rationnelles, le polynome* $\Pi(Z, z)$ *est décomposable en produit de polynomes.*

Car les fonctions d'automorphie de R_1 sont fonctions d'automorphie de R et le polynome Π doit contenir le polynome Π_1 qui provient de R_1 comme Π provient de R.

ÉLASTICITÉ. — *Sur l'état élastique d'un corps indéfini à deux dimensions percé d'un trou circulaire.* Note [1] de M. M. **Davin**, présentée par M. E. Jouguet.

Soit dans un corps indéfini à deux dimensions un trou circulaire de rayon r de centre O. Supposons que des forces symétriques par rapport à un diamètre AB et au diamètre perpendiculaire soient appliquées sur le coutour. Soit φ l'angle polaire d'un point du contour, rapporté à AB. Chaque force appliquée se décompose en une force normale et une force tangentielle. Sur l'élément d'arc $d\varphi$ sont appliquées :

$$\frac{\pi}{2} f(\varphi)\, d\varphi = \text{composante normale} \quad \text{et} \quad \frac{\pi}{2} g(\varphi)\, d\varphi = \text{composante tangentielle.}$$

Considérons les forces appliquées sur l'élément $d\varphi$ et sur son symétrique par rapport à O. Ajoutons sur tout le contour la tension tangentielle uniforme qui équilibre le couple des composantes tangentielles. Soient ρ, θ

---

[1] Séance du 7 décembre 1931.

les coordonnées courantes polaires et soient N_ρ la tension normale s'exerçant dans la direction du rayon vecteur, N_T celle s'exerçant dans la direction perpendiculaire, T la tension tangentielle rapportée à ces deux directions. Déterminons les valeurs dN_ρ, dN_T, dT de ces tensions dues aux forces définies ci-dessus.

En nous inspirant d'une méthode de M. Mesnager [1] nous trouvons :

$$(1)\quad\left\{\begin{aligned} dN_\rho &= f(\varphi)\,d\varphi\left[\frac{AB^2}{D}-\frac{A'B'^2}{D'}+\frac{r}{2\rho^2}\right]+g(\varphi)\,d\varphi\,\frac{\rho}{r}\left[\frac{CB^2}{D}-\frac{C'B'^2}{D'}\right],\\ dN_T &= f(\varphi)\,d\varphi\left[\frac{AC^2}{D}-\frac{A'C'^2}{D'}-\frac{r}{2\rho^2}\right]+g(\varphi)\,d\varphi\,\frac{\rho}{r}\left[\frac{C^3}{D}-\frac{C'^3}{D'}\right],\\ dT &= f(\varphi)\,d\varphi\left[\frac{ABC}{D}+\frac{A'B'C'}{D'}\right]+g(\varphi)\,d\varphi\,\frac{\rho}{r}\left[\frac{C^2B}{D}+\frac{C'^2B'}{D'}-\frac{r^2}{2\rho^3}\right],\end{aligned}\right.$$

avec

$$A=\rho\cos(\theta-\varphi)-r,\qquad B=\rho-r\cos(\theta-\varphi),\qquad C=r\sin(\theta-\varphi),$$
$$A'=\rho\cos(\theta-\varphi)+r,\qquad B'=\rho+r\cos(\theta-\varphi),\qquad C'=r\sin(\theta-\varphi),$$
$$D=[r^2+\rho^2-2r\rho\cos(\theta-\varphi)]^2,\qquad D'=[r^2+\rho^2+2r\rho\cos(\theta-\varphi)]^2.$$

Les tensions tangentielles uniformes ajoutées aux forces données se détruisent par raison de symétrie. Il suffit donc pour avoir l'état de tension d'intégrer les dN_ρ, etc. ci-dessus de o à π.

Il peut y avoir intérêt à remplacer le calcul de cette intégrale par celui d'une série. Supposons $f(\varphi)$ et $g(\varphi)$ développés en série de Fourier ; par raison de symétrie :

$$f(\varphi)=\Sigma a_{2n}\cos 2n\varphi,\qquad g(\varphi)=\Sigma b_{2n}\sin 2n\varphi.$$

Le problème sera résolu si nous trouvons l'état élastique correspondant à

$$f(\varphi)=\cos 2n\varphi,\qquad g(\varphi)=0$$

et à

$$f(\varphi)=0,\qquad g(\varphi)=-\sin 2n\varphi,$$

n entier positif quelconque. Cette détermination peut se faire au moyen d'intégrales calculables; il est plus rapide d'opérer autrement.

Par une méthode calquée sur celle de la théorie des potentiels, nous

---

[1] *Annales des Ponts et Chaussées*, 4, 1901, Mémoire n° 50, p. 174. Voir aussi *Détermination expérimentale des efforts intérieurs dans les solides* (Gauthier-Villars, Paris, 1929).

obtenons les expressions de N_ρ, N_T, T sur le cercle; en faisant $r = 1$

$$N_\rho = \frac{\pi}{2} f(\theta), \qquad N_T = \frac{\pi}{2} f(\theta) - \int_0^\pi f(\varphi)\,d\varphi + \int_0^\pi \cot(\theta - \varphi)\,g(\varphi)\,d\varphi, \qquad T = \frac{\pi}{2} g(\theta).$$

D'autre part nous pouvons déduire des équations de l'équilibre

$$(2) \qquad \frac{\partial N_T}{\partial \theta} + 2T + \rho \frac{\partial T}{\partial \rho} = 0,$$

$$(2') \qquad -N_T + N_\rho + \rho \frac{\partial N_\rho}{\partial \rho} + \frac{\partial T}{\partial \theta} = 0,$$

et de l'équation de continuité des solides élastiques à deux dimensions :

$$(3) \qquad \Delta(N_\rho + N_T) = 0$$

les équations aux dérivées partielles suivantes qui donnent N_ρ, N_T, T en fonction de $N_\rho + N_T = S$,

$$(4) \qquad \Delta(\rho^2 N_\rho) = 2S - \rho^2 \frac{\partial^2 S}{\partial \rho^2},$$

$$(4') \qquad \Delta(\rho^2 T) = -\rho \frac{\partial^2 S}{\partial \theta\, \partial \rho} - \frac{\partial S}{\partial \theta}.$$

Puisque nous connaissons les valeurs de N_ρ, N_T, T aux limites, les équations (3), (4), (4′) nous ramènent à résoudre plusieurs fois de suite le problème de la détermination d'une fonction dont la valeur est donnée aux limites et dont le laplacien est donné.

Nous remarquons d'ailleurs qu'on a toujours

$$\Delta(\rho^m \cos n\theta) = (m^2 - n^2) \cos n\theta\, \rho^{m-2},$$
$$\Delta(\rho^m \sin n\theta) = (m^2 - n^2) \sin n\theta\, \rho^{m-2}.$$

ce qui nous permet d'arriver immédiatement à la solution suivante, en posant $\frac{r^2}{\rho^2} = X$.

Système dit normal :

$$f(\varphi) = \cos 2n\varphi, \qquad g(\varphi) = 0;$$
$$S = \pi \cos 2n\theta\, X^n;$$
$$N_\rho = \frac{\pi}{2} \cos 2n\theta[(n+1)X^n - nX^{n+1}];$$
$$N_T = \frac{\pi}{2} \cos 2n\theta[(-n+1)X^n + nX^{n+1}];$$
$$T = \frac{\pi}{2} \sin 2n\theta[nX^n - nX^{n+1}].$$

Système dit tangentiel :

$$f(\varphi)=0, \qquad g(\varphi)=-\sin 2n\varphi;$$

$$S=\pi\cos 2n\theta\, X^n,$$

$$N_\rho=\frac{\pi}{2}\cos 2n\theta[(n+1)X^n-(n+1)X^{n+1}];$$

$$N_T=\frac{\pi}{2}\cos 2n\theta[(-n+1)X^n+(n+1)X^{n+1}];$$

$$T=\frac{\pi}{2}\sin 2n\theta[nX^n-(n+1)X^{n+1}].$$

Ces résultats permettraient de retrouver la solution du problème élastique du corps percé d'un trou circulaire et sollicité seulement par une tension uniforme à l'infini, déjà traité par Alfons Léon.

Il reste à rechercher ce qui se passe lorsque la limite d'élasticité est dépassée.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur l'application des méthodes de M. Sundman aux problèmes de la mécanique céleste.* Note (1) de M. **D. Belorizky**, présentée par M. Ernest Esclangon.

1. Nous avons montré (2) que la méthode employée par M. Sundman pour intégrer les équations différentielles du mouvement dans le problème des trois corps, permet d'obtenir, en fonction d'une variable auxiliaire θ, des séries pratiquement utilisables pour Ω années sidérales au plus, si l'on ne veut pas commettre d'erreurs supérieures à 10 pour 100.

Ω est donné par la formule (5)

$$(\alpha)\quad \Omega=\frac{x_1\sqrt{\dfrac{3x_1}{M}}}{\dfrac{15}{8}\dfrac{M}{m}+\dfrac{3}{2}G^2x_1+\dfrac{9}{2m}G\sqrt{Mx_1}+\dfrac{3}{4}|K|x_1+224\sqrt{16\dfrac{M}{m}+3|K|x_1}},$$

où

$$(\beta)\quad G=\frac{1}{14x_1}\sqrt{\frac{9}{2m^2}(c_0^2+c_1^2+c_2^2)+\left(775+3\frac{M}{m}\right)Mx_1\left(\frac{1}{29}+\frac{M}{4m}+\frac{x_1}{16}|K|\right)};$$

---

(1) Séance du 7 décembre 1931.

(2) Voir *Comptes rendus*, 193, 1931, p. 766.

(3) Voir K. Sundman, *Mémoire sur le problème des trois corps* (*Acta mathematica*, 36, 1912, p. 178).

M étant la masse totale des trois corps; m la plus petite des trois masses; K la constante des forces vives; c_0, c_1, c_2 les constantes des aires;

$$x_1 = \frac{2}{87}\sqrt{m}\,\mathrm{L},$$

L étant la limite inférieure de l'expression

$$\mathrm{R} = \sqrt{\frac{r_0^2}{m_0} + \frac{r_1^2}{m_1} + \frac{r_2^2}{m_2}},$$

où r_0, r_1, r_2 sont les distances mutuelles des trois corps et m_0, m_1, m_2 leurs masses respectives.

2. On tire de la relation (β)

$$\mathrm{G}^2 x_1 > 2,8\,\mathrm{M}.$$

Par conséquent

$$\Omega < \frac{\mathrm{A}^{\frac{3}{2}} r_m^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\mathrm{M}}},$$

A étant un coefficient numérique et r_m la plus grande des distances mutuelles des trois corps.

En fait on a, tous calculs effectués

$$r_m > 2370\,\mathrm{M}^{\frac{1}{3}}\Omega^{\frac{2}{3}}.$$

D'où il résulte que, si l'on veut utiliser les séries de M. Sundman pour Ω années sidérales, il faut que l'une des distances mutuelles des trois corps soit plus grande que $2370\,\mathrm{M}^{\frac{1}{3}}\Omega^{\frac{2}{3}}$ *unités astronomiques*. Ce résultat est indépendant des conditions initiales.

Pour le système solaire M est à peu près égal à un. On voit immédiatement que la méthode de Sundman n'est pas applicable. Plaçons-nous en effet dans les conditions les plus favorables et prenons, pour la plus grande des distances mutuelles des trois corps, la double de la distance de Pluton au Soleil, c'est-à-dire 80 unités astronomiques; ce qui précède montre alors que les séries ne seront utilisables que pour 43 jours au plus, en supposant toujours que l'erreur ne doit pas dépasser 10 pour 100. Ainsi les séries ne donneront le mouvement de Pluton que sur un arc inférieur à 10'.

On peut donc affirmer que, *pour le système solaire, les séries de M. Sundman ne sauraient présenter d'intérêt pratique*.

3. Passons maintenant aux systèmes stellaires, par exemple au cas des étoiles triples. Supposons qu'on veuille étudier les mouvements des

trois étoiles par la méthode de M. Sundman, dans Ω années sidérales. Soient P_0, P_1, P_2 les trois corps et $P_1P_2 = r_0$, $P_2P_0 = r_1$, $P_0P_1 = r_2$. Posons $r_0 > r_1 > r_2$. Alors il faut que r_0 soit plus grand que $2370\, M^{\frac{1}{3}}\Omega^{\frac{2}{3}}$ et $r_1 > \frac{r_0}{2}$. Soient ξ, η, ζ les coordonnées du corps P_2 par rapport au centre de gravité de P_0 et P_1. On trouve que

$$\left|\frac{d^2\xi}{dt^2}\right|, \quad \left|\frac{d^2\eta}{dt^2}\right|, \quad \text{et} \quad \left|\frac{d^2\zeta}{dt^2}\right| < \frac{M^{\frac{1}{3}}}{\Omega^{\frac{4}{3}}} \times 9 \times 10^{-7}$$

l'accélération de la Terre dans son mouvement par rapport au Soleil étant égale à *un*.

Il en résulte que le vecteur déviation, vu de la Terre, sera sûrement plus petit que $0{,}1'' \times 10^{-7}\,\Omega^{\frac{1}{3}}$ dans Ω années. Ainsi le mouvement de l'étoile P_2 nous apparaîtra comme rigoureusement uniforme et elle ne nous semblera pas différer des autres étoiles du Ciel. D'autre part les perturbations que pourra produire le corps P_2 sur le mouvement relatif de P_1 par rapport à P_0 (ou vice versa) seront toujours plus petites que celles du mouvement de Saturne par la Terre. Vu la distance de la Terre aux étoiles, ces perturbations seront donc imperceptibles et si P_1 et P_0 sont suffisamment rapprochés, leur mouvement relatif se confondra pour nous avec celui d'un système binaire.

La méthode de Sundman n'est donc pas applicable non plus à l'étude des étoiles triples.

Nous pouvons donc affirmer que la solution générale du problème des trois corps, si longtemps cherchée par tant de grands mathématiciens et enfin donnée par M. Sundman, n'est pas, malgré sa grande beauté analytique, applicable aux problèmes concrets de la Mécanique céleste.

MAGNÉTISME. — *Préparation de deux types de solutions aqueuses de sel cobalteux. Étude de leur état magnétique en fonction de la dilution.* Note [1] de M. **A. Lallemand**, transmise par M. Pierre Weiss.

Les travaux de Trümpler [2] établissent l'existence pour les sels (chlorure, nitrate, sulfate) cobalteux de deux types de solutions. Le premier, le plus

(1) Séance du 7 décembre 1931.

(2) Trümpler, *Thèse*, Zurich, 1917.

fréquemment rencontré par d'autres auteurs, est caractérisé par l'invariabilité de la susceptibilité magnétique de l'ion cobalt quelle que soit la dilution; c'est l'état constant. Le second, dit variable, est caractérisé par une augmentation de la susceptibilité avec la dilution, avec un maximum aigu pour une concentration de $0^g,01$ à $0^g,02$ de sel par gramme de solution, puis la susceptibilité décroît rapidement si la concentration diminue. Jusqu'ici ces deux états étaient signalés sans que l'on puisse préciser leur mode de formation

Préparation. — J'ai pu préparer à volonté l'état constant ou l'état variable; mes expériences ont porté sur le chlorure de cobalt $CoCl^2 6H^2O$ présentant les garanties de pureté désirables.

La solution à état constant se prépare en ayant soin d'éviter, lors de la dissolution, que le cristal se trouve en présence de solution concentrée, il faut agiter pendant tout le temps de la dissolution.

La solution à état variable s'obtient en préparant directement les solutions très fortement concentrées. On peut obtenir une solution diluée, du type variable, en une seule opération en laissant dissoudre les cristaux sans agiter de manière qu'au moment de sa formation la solution soit concentrée et se dilue ensuite par diffusion.

Étude thermique. — Chatillon (1) a montré que dans l'état constant il s'agissait d'un paramagnétisme à champ moléculaire dont le point de Curie est indépendant de la concentration, le moment magnétique étant égal à 25 magnétons de Weiss.

La variation thermique de la susceptibilité pour trois solutions du type état variable et à diverses concentrations a donné pour moment magnétique :

Moment	24,98	25,09	24,90
Concentration	0,325	0,110	0,017

Le tableau suivant donne le point de Curie en fonction de la concentration :

Concentration	0,072	0,046	0,034	0,022	0,0125
Point de Curie	−18°	−17°	−16°,1	−12°,5	−7°,1

C'est la première fois que l'on rencontre en solution aqueuse un champ moléculaire fonction de la dilution.

Dans cette série d'expériences nous n'avons pu préciser l'état magnétique

(1) Chatillon, *Annales de Physique*, 10e série, 9, 1928, p. 187.

des solutions correspondant aux susceptibilités décroissantes; la sensibilité de l'appareil étant trop faible.

On peut donc considérer que l'augmentation de la susceptibililé magnétique de l'ion cobalteux en solution dans l'eau, lorsque la dilution augmente, est due à la diminution du champ moléculaire, le moment magnétique étant constant et égal à 25 magnétons de Weiss.

MAGNÉTISME. — *Propriétés magnétiques du fer au-dessus du point de Curie.* Note [1] de M. L. **Néel**, transmise par M. Pierre Weiss.

Au-dessus du point de Curie, à 770° environ, le fer devient paramagnétique. Curie [2], Weiss et Foëx [3] Preuss [4], Terry [5] et d'autres ont étudié la variation de la susceptibilité en fonction de la température, mais l'intervalle des mesures est trop restreint pour en tirer des conclusions définitives. En effet, à 900° le fer subit la transformation β-γ; il passe du réseau du cube centré au réseau du cube à faces centrées. A 1350°, se produit la transformation γ-δ qui est exactement l'inverse de la précédente, de sorte que le fer δ possède la même structure cristallographique que le fer β [6]. Un certain nombre de métaux, parmi lesquels l'étain [7] et le silicium [8], quand on les ajoute au fer avec lequel ils donnent des solutions solides élèvent le point de transformation β-γ et abaissent le point de transformation γ-δ. Lorsque la quantité du métal introduit est assez grande, la phase γ disparaît, et la solution solide ainsi obtenue reste dans le même état cristallographique depuis les basses températures jusqu'à la fusion. M. Weiss a fait remarquer que, si l'on connaissait les propriétés magnétiques des solutions solides répondant à cette condition, on pourrait, par extrapolation, obtenir celles du fer pur à l'état β pour un intervalle de température où normalement il est à l'état γ.

---

(1) Séance du 7 décembre 1931.

(2) *Œuvres*, publiées par la Société française de Physique, 1908.

(3) *J. de Physique*, 1, 1911, p. 275, 285 et 744.

(4) *Thèse*, Zurich, 1912.

(5) *Phys. Rev.*, 9, 1917, p. 394.

(6) Westgren et Phragmen, *J. of Iron and Steel Inst.*, 105, 1922, p. 241.

(7) Wewer et Reinecken, *Mitteilungen aus dem Kaiser Wilhem Institute für Eisenforschung*, 7, 1925, p. 69.

(8) Wewer et Giani, *ibid.*, 7, 1925, p. 59.

J'ai déterminé ainsi la constante de Curie et le point de Curie paramagnétique encore mal connus du fer β. Les mesures ont porté sur deux séries d'alliages, fer-étain et fer-silicium, entre 800° et 1100°. Pour toutes ces substances, au voisinage du point de Curie ferromagnétique θ_f, l'inverse $\frac{1}{\chi}$ de la susceptibilité massique varie en fonction de la température suivant une courbe qui tourne sa convexité vers l'axe des températures. A partir de 950° seulement, on obtient une partie exactement rectiligne représentable par la formule $C = \chi(T - \theta_p)$, ce qui permet de définir la constante de Curie C et le point de Curie paramagnétique θ_p (¹). Les sept premières lignes du tableau suivant, donnent les valeurs observées de θ_f, θ_p et C, cette dernière rapportée à l'unité de masse de l'alliage.

Alliages.	Fer pour 100.	θ_f.	θ_p.	$C \times 10^5$.
Fer-étain 1	95,23	768°,1	810°,5	2228
» 2	92,35	799,4	811	2216
» 3	87,95	767,5	806	2191
» 4	87,21	764,2	806,5	2183
Fer-silicium 1	97,04	749,8	798	2129
» 2	93,59	701,6	758	2033
» 3	89,72	»	703	1881
Fer extrapolé	100,00	772	815	2256

Les valeurs extrapolées vers le fer pur sont concordantes pour les deux séries d'alliages et ont été reportées dans la dernière ligne du tableau précédent. J'ai obtenu le point de Curie ferromagnétique du fer à 772° en bon accord avec les déterminations antérieures. Pour le point de Curie paramagnétique la nouvelle valeur est 815°, et pour la constante de Curie 0,02256. Si la théorie de Langevin-Weiss est applicable, cette valeur correspond à 15,79 magnétons de Weiss (1 magnéton = 1125,6 c. g. s.). Il existe donc une différence de 4,79 magnétons entre le fer à basse température et le fer à haute température. Ces propriétés sont à rapprocher des propriétés correspondantes du nickel qui fournit dans les mêmes conditions respectivement 3 et 8 magnétons, soit une différence de 5 magnétons entre les deux états.

(¹) Cf. Forrer, *J. de Physique*, 1, 1930, p. 49.

MAGNÉTISME. — *Le moment magnétique du cobalt tétravalent.* Note [1] de Mlle **A. Serres**, transmise par M. Pierre Weiss.

I. J'ai fait une étude thermomagnétique d'un composé du cobalt contenant cet élément à l'état d'ion tétravalent Co''''. Ce corps, un cobaltite de magnésium de formule CoO^2, MgO, avait été préparé au four électrique par E. Dufau [2] au laboratoire de Moissan et m'a été obligeamment envoyé par M. P. Pascal. Ce produit se présentait sous la forme d'une masse cristalline d'un rouge grenat foncé.

Le cobalt a pour nombre atomique : 27; l'ion cobalt tétravalent a donc le nombre atomique effectif : 23, qui est aussi celui du fer trivalent et du manganèse divalent. On sait que le moment dominant de ces deux derniers ions est $n = 29$ magnétons, tandis que le moment dominant de l'ion Co'' est de 25 magnétons.

J'ai trouvé que dans le cobaltite CoO^2, MgO, le cobalt possède le moment 20 magnétons, comme Fe''' et Mn'', de même nombre atomique effectif.

II. La variation de la susceptibilité magnétique entre — 180° C. et + 550° C. a été étudiée par la méthode et avec l'appareil m'ayant servi à l'étude des sels de chrome et des ferrites [3].

Les résultats des mesures sont résumés dans le tableau suivant :

t.	T.	$\chi_m . 10^6$.	$1/\chi_m$.	θ_p.	$\chi_m(T + 164,5)$.	c_m.	n.
182,7	90,4	9806	101,98				
— 78,6	194,5	10453	95,67				
16,0	289,1	9065	110,31				
26,9	300,0	8894	112,43				
63,0	336,1	8353	119,72	courbure	—	—	—
94,8	367,9	7911	126,4				
124,6	397,7	7519	133,0				
156,2	429,3	7132	140,2				
186,5	459,6	6810	146,8				
233,0	506,1	6355	157,3		4,262		
303,5	576,6	5763	173,5		4,271		
404,3	677,4	5058	197,7	—164°,5 K	4,258	4,261	28,97
449,5	722,6	4802	208,2		4,260		
549,4	822,5	4315	231,7		4.259		

(1) Séance du 7 décembre 1931.

(2) E. Dufau, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 7e série, 12, 1897, p. 257.

(3) Mlle A. Serres, *Thèse*, Strasbourg, 1931.

La variation de $1/\chi$ en fonction de la température est linéaire seulement au-dessus de 230°C. Le point de Curie est très fortement négatif :

$$\theta_p = -164°,5 \text{ K}.$$

La substance présente des propriétés cryomagnétiques très marquées, dans un intervalle de température exceptionnellement étendu.

La constante de Curie est déterminée par la portion rectiligne de la courbe entre 230° et 550° C. avec une précision de 2 pour 1000. La précision sur le dosage est un peu moindre (analyse de E. Dufau, *loc. cit.*); mais cependant elle permet d'affirmer que le moment du cobalt Co'''' dans ce cobaltite est égal à $29,0 \pm 0.1$ magnétons expérimentaux.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur une transformation allotropique du baryum à l'état solide.* Note de M. **E. Rinck**, présentée par M. G. Urbain.

Le calcium existant sous deux formes allotropiques [1], on peut prévoir qu'il en est de même pour les métaux les plus voisins, le strontium et le baryum. Une étude du baryum à ce sujet fut couronnée de succès.

A. *Préparation du baryum pur.* — 200^g de ce métal sont préparés par le procédé Guntz. Pour l'obtenir à l'état de grande pureté, le produit est soumis à une double distillation fractionnée dans le vide. Sur les indications de M. Guntz nous avons voulu conserver le distillat dans une atmosphère de gaz carbonique sec. Or nous avons constaté que le baryum très pur réagit violemment avec ce gaz. La réaction se passant à la surface, les produits formés évitent une action plus profonde. Nous en avons conclu que le baryum distillé ne peut se manipuler que dans l'argon pur.

B. *Point de fusion du baryum pur.* — Les considérations précédentes nous ont fait penser que le point de fusion du baryum vraiment pur doit différer notablement des valeurs connues. Guntz indique 850°C., tandis qu'un travail récent de Hartmann et May [2] le fixe à 658°C. Le métal mis en expérience par ces auteurs titrait 0,6 pour 100 d'azote, ce qui correspond à 10 pour 100 de N^2Ba^3. Il était donc très impur.

Par un dispositif spécial nous avons réussi à manipuler du baryum distillé sans qu'il sorte d'une atmosphère d'argon pur. Placé dans l'appareil de mesure décrit dans une Note précédente [1], nous avons déterminé son point de fusion par de nombreux enregistrements graphiques. On trouve :

Point de fusion du baryum pur $= 710 \pm 2°$C.

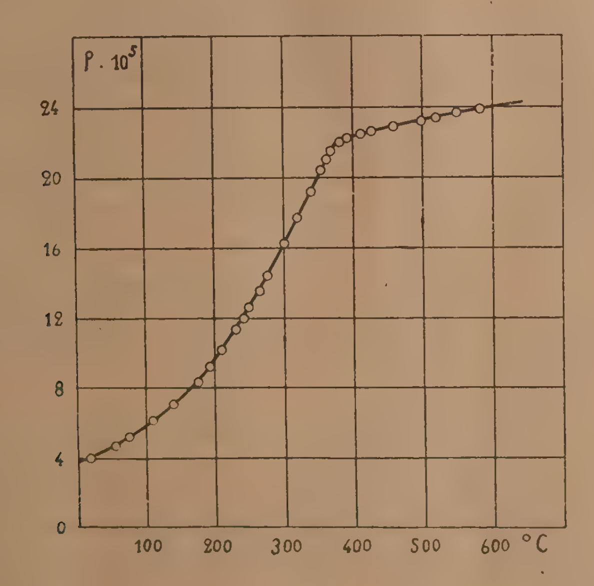
---

(1) Rinck, *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 421.

(2) Hartmann et May, *Z. anorg. Ch.*, 185, 1929, p. 167.

Quelques courbes de refroidissement présentent un palier minuscule aux environs de 370°C. Il correspond à la transformation cherchée.

C. *Résistivité électrique.* — Les résultats précédents pouvant être considérés comme insuffisants, nous avons mesuré la résistance spécifique du baryum en fonction de la température. Un cylindre de ce métal fut préparé par coulée dans un tube d'acier décarburé. Le fer étant enlevé au tour, on obtenait un cylindre d'une longueur de 10^{cm} et d'un diamètre de $1^{cm},215$. Malheureusement il présentait une fente assez profonde le long d'une génératrice. La régularité de la fente permettait de mesurer sa section. On pouvait alors évaluer la section utile du cylindre à $1^{cm^2},10$ à $\frac{4}{100}$ près. Dans ces conditions nous avons déterminé la résistance de la baguette comme nous l'avons fait pour le calcium. On constate que la courbe résistivité-température présente une discontinuité dans la direction de sa tangente à 375°C.



Des mesures de pentes sur cette courbe nous donnent :

$$\frac{d\rho}{dT} \text{ baryum } \alpha = 8,0 \ .10^{-7} \text{ à } 370^{\circ}\text{C.},$$

$$\frac{d\rho}{dT} \text{ baryum } \beta = 1,18.10^{-7} \text{ à } 380^{\circ}\text{C.}$$

A température ordinaire les constantes électriques du baryum sont les suivantes :

$$\frac{1}{\rho} \text{ à } 0^\circ\text{C.} = 0,28.10^5 \text{ à } \frac{3}{100} \text{ près.}$$

$$\frac{1}{\rho} \text{ à } 18^\circ\text{C.} = 0,25.10^5 \quad \text{»}$$

$$\alpha_{0,100} = \frac{1}{R_0}\,\frac{R_{100} - R_0}{100} = 0,0061.$$

Pour vérifier l'homogénéité du cylindre nous l'avons coupé en plusieurs morceaux. Des mesures de densité dans l'essence de pétrole nous ont montré qu'il ne présentait pas de cavités.

On trouve pour la densité du baryum coulé :

$$d(\text{Ba})^{17^\circ,2}_{4^\circ} = 3,740 \text{ à } \frac{1}{800} \text{ près.}$$

En résumé, cette étude a mis en évidence l'existence de deux variétés allotropiques du baryum :

L'une, la forme α, est stable au-dessous de 375° C. ;

L'autre, la forme β, est stable entre 375 et 710° C., point de fusion du baryum pur. Ces résultats concordent avec ceux trouvés pour le calcium. En effet, on a :

$$\frac{\text{température de transformation (°K.)}}{\text{température de fusion (°K.)}} = 0,645 \text{ pour le calcium, } 0,66 \text{ pour le baryum.}$$

CHIMIE PHYSIQUE. — *Contribution à l'étude du système eau, alcool éthylique, acide acétique, acétate d'éthyle.* Note (¹) de M. **Mion**, présentée par M. G. Urbain.

Nous nous proposons d'étudier la distillation des mélanges d'eau, d'alcool éthylique, d'acide acétique et d'acétate d'éthyle.

Il nous a paru nécessaire de déterminer la miscibilité de ces quatre corps. Nous avons employé la méthode classique du point de louche. Les miscibilités ont été déterminées à 0°, à 15° et à 30°. Nous n'avons pas opéré à température plus élevée, car pour les mélanges renfermant une quantité assez grande à la fois d'eau et d'acide, on constate, dès la température ordinaire, une saponification très marquée (abaissement du point de louche avec le temps).

(¹) Séance du 16 novembre 1931.

Nos résultats sont donc approchés, plutôt par excès, et nous nous sommes attaché à opérer le plus rapidement possible.

L'acide acétique dont nous nous sommes servi a été purifié par distillation, puis cristallisation fractionnée jusqu'à point de fusion constant. Le point d'ébullition, 76°,9-77°,1, de l'acétate d'éthyle et sa densité à 0°, $d_0^4 = 0,9244$, sont en bon accord avec les constantes données par le Bureau international d'étalons physico-chimiques [1]. On notera que les indications 0°, 15°, 30° s'appliquent à la totalité des tableaux.

Système eau-alcool éthylique-acétate d'éthyle (pour 100 en poids).

0°.			15°.			30°.		
Eau.	Alcool.	Acétate.	Eau.	Alcool.	Acétate.	Eau.	Alcool.	Acétate.
90	0	10	91,7	0	8,3	92,9	0	7,1
84,39	6,94	8,67	84,53	6,95	8,52	84,61	6,96	8,43
77,2	13,45	9,35	75,55	13,35	10,10	75,70	13,20	11,10
71,88	17,52	10,60	70,40	17,15	12,45	68,00	16,60	15,40
63,87	21,13	15,00	60,36	19,44	20,20	56,20	18,60	25,20
48,50	23,80	27,70	43,30	21,20	35,50	39,45	19,35	41,20
28,00	21,60	50,40	32,50	20,30	47,20	36,2	19,15	44,65
17,70	17,64	64,66	19,85	17,20	62,95	21,75	16,77	61,48
7,20	8,75	84,05	8,20	8,65	83,15	9,20	8,56	82,24
2,26	0	97,74	2,82	0	97,18	3,42	0	96,48

Système eau-acide acétique-acétate d'éthyle (pour 100 en poids).

0°.			15°.			30°.		
Eau.	Acide.	Acétate.	Eau.	Acide.	Acétate.	Eau.	Acide.	Acétate.
90	0	10	91,7	0	8,3	92,90	0	7,1
79,8	9,10	11,10	80,54	9,20	10,26	81,15	9,25	9,60
73,4	13,70	12,90	74,00	13,80	12,20	74,34	13,86	11,80
67,3	17,10	15,60	67,50	17,15	15,35	67,70	17,20	15,10
58,95	20,20	20,85	58,12	20,13	21,15	58,30	20,00	21,7
50,90	21,85	27,25	50,20	21,60	28,20	49,40	21,20	29,40
47,50	22,25	30,25	48,90	21,70	29,40	50,40	21,00	28,60
29,70	22,40	47,90	31,20	21,90	46,90	32,9	21,40	45,70
15,70	17,50	66,80	16,80	17,30	65,90	17,88	17,05	65,07
7,75	8,98	83,47	8,15	8,95	82,90	8,80	8,85	82,35
2,26	0	97,74	2,82	0	97,18	3,42	0	96,48

[1] ZIMMERMANS et Mlle HENNAUT-ROLAND. *Journal de Chimie physique*. 27, 1930, p. 401.

Système quaternaire.

Eau.	Alcool.	Acide.	Acétate.	Eau.	Alcool.	Acide.	Acétate.	Eau.	Alcool.	Acide.	Acétate.
1° Mélange acide et acétate, 10,21 pour 100 acide.											
80,3	9,4	1,0	9,3	80,1	9,3	1,1	9,5	79,85	9,25	1,15	9,75
75,1	13,9	1,1	9,9	73,4	13,6	1,3	11,7	72,0	13,30	1,5	13,2
68,4	17,9	1,4	12,3	66,3	17,2	1,7	14,8	63,2	16,4	2,1	18,3
59,5	20,3	2,1	18,1	53,3	18,2	2,9	25,6	48,1	16,4	3,6	31,9
47,6	20,4	3,3	28,7	40,3	17,3	4,3	38,1	35,7	15,3	5,0	44,0
33,5	18,8	4,9	42,8	—	—	—	—	—	—	—	—
10,2	4,4	8,8	76,7	11,8	5,0	8,5	74,7	13,65	5,85	8,3	72,2
9,1	2,3	9,1	79,5	10,0	2,6	9,0	78,4	11,4	3,0	8,8	76,8
8,4	1,0	9,3	81,3	8,95	1,05	9,25	80,75	9,85	1,15	9,1	79,9
2° Mélange acide et acétate, 21,6 pour 100 acide.											
78,6	9,0	2,7	9,7	78,3	9,0	2,75	9,95	78,05	8,95	2,8	10,2
72,0	13,5	2,1	12,4	70	13,1	3,65	13,25	66,9	12,6	4,4	16,1
66,05	16,15	3,8	14,0	60,25	14,85	5,4	19,5	51,3	12,5	7,8	28,4
55,1	16,9	6,05	21,95	—	—	—	—	—	—	—	—
24,2	7,4	14,8	53,6	—	—	—	—	—	—	—	—
21,3	5,20	15,9	57,6	24,4	6,0	15,0	54,6	28,7	7,0	13,9	50,4
18,95	3,55	16,7	60,8	22,2	4,2	15,9	57,7	24,7	4,6	15,3	55,4
18,2	2,1	17,2	62,5	19,6	2,2	16,9	61,3	20,5	2,35	16,65	60,5
3° Mélange acide et acétate, 28,2 pour 100 acide.											
77,0	8,5	4,1	10,4	76,6	8,5	4,2	10,7	75,95	8,4	4,4	11,25
71,2	12,4	4,6	11,8	67,9	11,9	5,7	14,5	63,00	11,0	7,3	18,70
64,3	14,3	6,0	15,4	—	—	—	—	—	—	—	—
38,3	8,5	15,0	38,2	—	—	—	—	—	—	—	—
31,7	5,5	17,7	45,1	38,0	6,6	15,7	39,7	44,6	7,8	13,4	34,2
27,7	3,1	19,5	49,7	21,9	3,3	18,8	48,0	33,4	3,7	17,7	45,2
4° Mélange acide acétate, 40,26 pour 100 acide.											
77,8	4,4	7,2	10,6	78,0	4,4	7,10	10,5	78,2	4,4	7,0	10,4
74,9	5,5	7,9	11,7	74,6	5,5	8,00	11,9	74,2	5,5	8,2	12,1
69,8	7,8	9,0	13,4	61,7	6,9	12,60	18,8	—	—	—	—
56,05	6,25	15,2	22,5	—	—	—	—	—	—	—	—
51,1	3,8	18,2	26,9	53,4	3,9	17,3	25,4	56,7	4,2	15,7	23,4
49,2	2,8	19,3	28,7	51,3	2,9	18,4	27,4	53,3	3,0	17,6	26,1

Ces données ont permis de construire des courbes. Une première figure représente les courbes de miscibilité à 0° et à 30° des deux systèmes ternaires eau, acétate, alcool et eau, acétate, acide, les deux faces correspondantes

du tétraèdre de référence étant rabattues sur le plan de la figure. Une seconde figure donne les sections de la nappe de miscibilité à 0° par des plans passant par l'arête eau-alcool du tétraèdre et un point de l'arête acide-acétate correspondant à la valeur du rapport $\frac{\text{acide}}{\text{acétate}}$ dans les mélanges considérés.

Nous avons retrouvé, pour la solubilité de l'acétate d'éthyle dans l'eau, les valeurs données par Wade et Merrimann [1].

CHIMIE PHYSIQUE. — *Effet Raman et chimie ; les liaisons alléniques.* Note [2] de MM. **M. Bourguel** et **L. Piaux**, présentée par M. G. Urbain.

On pouvait penser *a priori* que l'allène et les composés alléniques représentés dans nos formules actuelles par le schéma — C = C = C — donneraient des spectres Raman présentant une ou plusieurs raies caractéristiques des liaisons éthyléniques.

On sait en effet que le spectre Raman de tous les composés mono ou polyéthyléniques *sans exception* présente une ou plusieurs raies *fortes* de fréquence voisine de 1620 ; il en est de même du noyau benzénique où les doubles liaisons du schéma de Kékulé ont pourtant des propriétés chimiques si différentes de celles des doubles liaisons ordinaires.

Nous avons examiné l'allène, le propylallène, le butylallène, le diméthyl-1.1-allène.

L'allène, préparé à partir d'un tétrabromure d'allène purifié par distillation et dont la pureté a été contrôlée par le point de fusion, a été liquéfié une première fois, puis a subi un fractionnement avant d'être liquéfié à nouveau dans le tube à observation. Le spectre a été pris sur le gaz liquéfié en tube scellé à 18°. Il se compose :

a. Dans la région des liaisons C — C : 1° d'une raie très forte à $1074 \pm 1,5$; 2° d'une bande floue et faible à 1440, bande qui accompagne toujours les corps ayant des CH^2 ;

b. Dans la région des liaisons C — H : 1° d'une raie très forte à $3000 \pm 1,5$; 2° d'une bande floue et faible à 3073.

Le spectre de l'allène ne présente donc aucune raie dans la région éthylénique. La fréquence 1074 en est même très éloignée ; elle l'est d'ailleurs encore plus de la région acétylénique (1950 pour l'acétylène, 2120 pour les

(1) Wade et Merrimann, *Journal of the Chemical Society*, 101, 1912, p. 2433.

(2) Séance du 30 novembre 1931.

acétyléniques vrais, 2250 pour les bisubstitués). Elle se rapproche au contraire de la région des fréquences correspondant aux composés saturés (fréquence principale de l'éthane : 990; du propane : 870).

Le propylallène et le butylallène sont malheureusement moins purs que l'allène. On sait combien la préparation de ces corps est délicate; nous avons choisi la méthode de M. Bouis [1] qui nous paraît la meilleure, mais les carbures obtenus distillent malgré tout sur 3 ou 4 degrés. Il en résulte que leurs spectres présentent des raies éthyléniques, mais elles sont faibles ou très faibles alors que la raie éthylénique d'un carbure aliphatique est toujours la plus forte du spectre; d'autre part leur intensité varie avec les fractions. Nous considérons donc que ces raies faibles appartiennent aux impuretés éthyléniques ou érythréniques évidentes d'après le mode de préparation.

Si nous ne nous intéressons qu'aux raies fortes, nous retrouverons immédiatement les raies de l'allène :

a. La raie 1074 devient un doublet de deux raies fortes à 1096 et 1129 dans le propylallène, à 1102 et 1131 dans le butylallène. Nous retrouvons ici la loi énoncée à propos des acétyléniques, des éthyléniques, des cyclopropaniques [2] : *le remplacement d'un hydrogène par un radical alcoolique augmente la fréquence;* et comme les deux liaisons du groupement fonctionnel allénique ne sont plus identiques, la raie simple de l'allène devient un doublet.

b. Les raies 3000 et 3074 se retrouvent très légèrement déplacées à 2992 et 3062 dans les deux carbures; 3062 devenant presque aussi forte que 2992.

Le diméthyl-1.1-allène est encore moins pur. Nous l'avons préparé de plusieurs façons et l'analyse Raman nous a toujours révélé la présence d'isoprène et de traces de triméthyléthylène ; mais nous avons eu finalement une préparation où ces impuretés n'étaient plus qu'en faible proportion. Leur disparition progressive nous permet de faire facilement le départ entre les raies du diméthylallène et celles des carbures parasites et nous pouvons, ainsi, affirmer que le diméthylallène n'a pas de raies vers 1600. Celles des liaisons —C—C— sont toutes inférieures à 1470 ; une raie forte à 1286 semble correspondre à 1074 de l'allène. Dans la région

---

(1) Bouis, *Annales de Chimie*, 10e série, 9, 1928, p. 402.

(2) Bourguel et Daure, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 1298 ; Bourguel, *Comptes rendus*, 193, 1931, p. 934 ; Lespieau, Bourguel, Wakeman, *Comptes rendus*, 193, 1931, p. 1087.

C—H on trouve deux raies fortes, 2987 et 3053 analogues à celles des composés précédents.

L'effet Raman est donc nettement en désaccord avec nos formules ; les liaisons alléniques ne sont pas du type éthylénique, elles sont encore moins du type acétylénique. Il faut donc rejeter notre mode de représentation habituel.

Faut-il admettre l'existence d'un quatrième mode de liaison entre atomes de carbone ? Faut-il au contraire se servir de liaisons du type de celles des composés saturés et admettre que tous les carbones ne sont pas tétravalents ? On ne saurait le dire dans l'état de nos connaissances sur la valence.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Influence de l'état de surface sur la corrosion des aciers inoxydables.* Note [1] de M. **Jean Cournot**, présentée par M. Léon Guillet.

Poursuivant la direction des travaux effectués sur la corrosion, j'ai essayé de préciser l'influence de l'état de surface sur l'altération des aciers inoxydables, en continuant à étudier, simultanément, la valeur relative des trois méthodes unifiées d'essais activés à la corrosion.

Les essais ont été effectués sur les aciers numérotés 1, 5 et 10 dans mes recherches précédentes [2] : 1 et 5 sont des aciers à 18 pour 100 Cr et 8 pour 100 Ni, le premier donnant une attaque généralisée des plus légères sans piqûres, le second se corrodant au contraire par piqûres profondes, en plus d'une attaque généralisée peu importante; l'acier 10 est à 13 pour 100 Cr sans Ni et présente une attaque généralisée très active avec piqûres faibles.

Les états de surface ont été les suivants : 1° état brut de livraison; 2° sablage au grain 40; 3° décapage de 30 minutes dans une solution aqueuse d'acide nitrique à 10 pour 100; 4° polissage à l'émeri 00; 5° polissage à l'émeri 000.

Les essais ont été entrepris par les trois méthodes normalisées, avec eau de mer artificielle; les temps d'attaque ont été : 20 jours pour le brouillard et pour les immersions et émersions alternées; 2 jours pour l'essai au perhydrol.

Les déterminations ont porté sur : aspect, perte de poids, diminution pour 100 de la charge et de la flèche de rupture à l'emboutissage; chaque genre d'essai a été effectué en double sur éprouvette de 90×90^{mm}; le tableau donne les moyennes des résultats obtenus.

---

(1) Séance du 7 décembre 1931.

(2) *Comptes rendus*, **193**, 1931, p. 1091.

Influence de l'état de surface sur la corrosion des aciers inoxydables.

Acier essayé.		Perte de poids en mg/dm².			Abaissement pour 100 de la charge de rupture à l'emboutissage.			Abaissement pour 100 de la flèche de rupture à l'emboutissage.		
N°.	État de surface.	Immersions alternées 20 jours.	Brouillard 20 jours.	Essai au perhydrol 2 jours.	Immersions alternées 20 jours.	Brouillard 20 jours.	Essai au perhydrol 2 jours.	Immersions alternées 20 jours.	Brouillard 20 jours.	Essai au perhydrol 2 jours.
1.	Brut de livraison......	25,5	81,0	44,5	0,8	4,0	4,9	2,0	2,7	3,2
	Sablé (grain 40)......	18,5	34,5	42,5	1,6	4,9	4,0	2,7	2,5	3,4
	Décapé 30 min. solution nitrique 10 pour 100.	17,0	44,0	33,0	2,5	4,0	4,0	3,7	3,0	3,4
	Poli émeri 00........	8,5	24,0	17,5	0,8	1,6	0,8	1,0	2,0	1,7
	Poli émeri 000........	1,5	15,5	10,5	0	0	0	0,2	1,2	0,7
5.	Brut de livraison......	62,0	118,5	131,0	8,3	11,7	17,4	2,1	3,2	3,2
	Sablé (grain 40)......	29,0	48,0	69,0	17,0	20,4	18,5	5,8	6,1	6,4
	Décapé 30 min. solution nitrique 10 pour 100.	44,0	58,5	61,0	12,1	20,2	16,6	4,0	8,7	6,1
	Poli émeri 00........	22,0	29,5	18,5	6,1	13,6	7,6	2,9	4,8	4,8
	Poli émeri 000........	12,5	17,5	10,5	4,5	7,6	6,1	2,7	3,4	2,9
10.	Brut de livraison......	1940	1126	1355	20,0	10,5	8,0	18,9	14,3	8,9
	Sablé (grain 40)......	877	900	1090	23,0	28,0	13,0	19,4	22,8	13,9
	Décapé 30 min. solution nitrique 10 pour 100.	456	601	668	16,0	18,0	25,7	14,4	16,1	13,9
	Poli émeri 00........	357	290	438	14,0	14,0	6,5	7,2	9,4	8,9
	Poli émeri 000........	249	165	238	14,0	6,0	6,0	8,3	8,3	8,3

Ces résultats peuvent être résumés comme suit : l'influence de l'état de surface est particulièrement accentué sur les aciers inoxydables; il est indispensable, pour obtenir la résistance optima, de réaliser un poli extrêmement poussé avec un émeri très fin.

Le sablage, même avec un grain fin, donne des résultats réguliers, mais peu satisfaisants; le décapage chimique n'est pas non plus à recommander; de plus, il donne des résultats très irréguliers, fonctions de l'état de surface initial et des états structuraux du métal.

Au point de vue modes d'appréciation de la corrosion, j'ai confirmé ici que la perte de poids met surtout en vue les corrosions généralisées, les caractéristiques mécaniques accusant, au contraire, l'effet des attaques locales; la mesure de la charge de rupture à l'emboutissage est plus sensible que celui de la flèche.

Au point de vue méthodes d'essais, les mêmes conclusions ont été retrouvées ([1]).

Il y a lieu de remarquer l'excellente stabilité des résultats pour les aciers inoxydables de bonne qualité, comme l'acier 1, après polissage accentué.

COLLOÏDES. — *Précipitations stratifiées en spirales.*

Note ([2]) de Mlle **Suzanne Veil**, présentée par M. G. Urbain.

La précipitation stratifiée du chromate d'argent au sein de la gélatine, à partir d'un bichromate alcalin et du nitrate d'argent, est susceptible de fournir des configurations autres que des strates circulaires, ou anneaux proprement dits. Il advient, plus exceptionnellement, qu'on obtienne des strates spiralées, enroulées autour des gouttes de réactif, les gouttes comportant ainsi un ou plusieurs points d'amorce visibles, selon qu'elles donnent lieu à des spirales simples ou à des spirales multiples.

La loi spatiale, valable pour les anneaux circulaires ([3]), peut alors s'écarter des faits, traduits plus fidèlement, en particulier dans le cas des spirales simples, par une loi de croissance d'allure exponentielle; en sorte que sensiblement, sur un même rayon vecteur issu du centre de la goutte, les numéros d'ordre des strates rencontrées varient linéairement, non plus avec les racines carrées, mais avec les logarithmes des écarts.

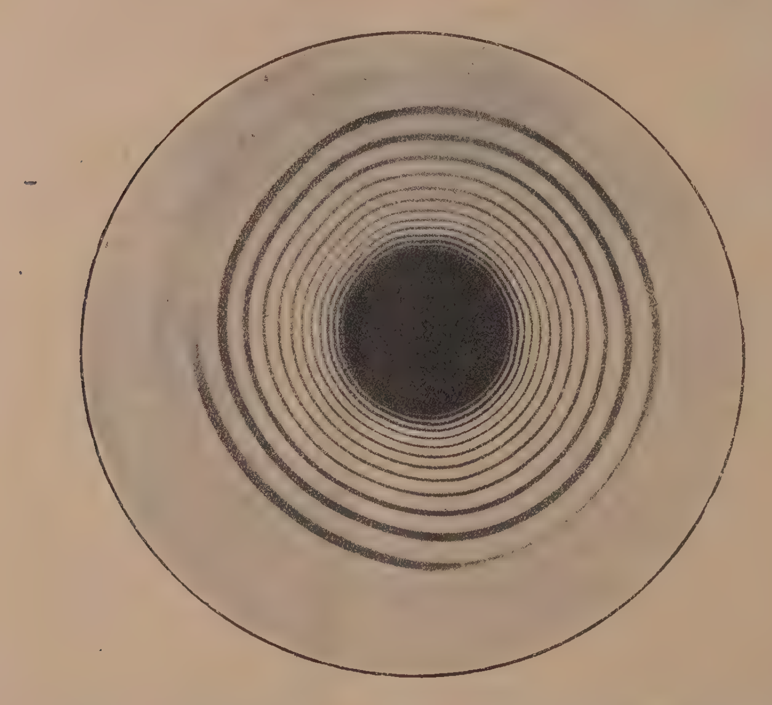
([1]) *Loc. cit.*

([2]) Séance du 23 novembre 1931.

([3]) Suzanne Veil, *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 611.

L'éventualité de précipitations stratifiées en spirales avait déjà été signalée en diverses circonstances, et pour diverses substances, notamment par Liesegang ([1]) et par Schikorr ([2]).

La figure est la reproduction photographique agrandie d'une spirale



simple obtenue, dans la gélatine, à partir de bichromate d'ammonium et de nitrate d'argent. En suivant la spirale dès son départ visible de la goutte, on voit le trait de chromate d'argent accuser un élargissement progressif sensible. Le fait rappelle de très près un caractère observé dans la nature, en particulier à propos de la coquille de certains mollusques.

D'un point de vue différent, l'étude microphotométrique a montré que les strates, successivement rencontrées par un rayon vecteur donné, présentent une opacité peu variable, constamment de l'ordre de l'opacité propre de la goutte, comme dans le cas des anneaux fermés sur eux-mêmes.

La forme et les divers caractères des figures de précipitation du chromate

---

([1]) Liesegang, *Z. physik. Chem.*, 88, 1914, p. 1; *Naturwiss.*, 18, 1930, p. 645.

([2]) Schikorr, *Naturwiss.*, 18, 1930, p. 376.

d'argent, au sein de la gélatine, paraissent d'ailleurs régies par un grand nombre de facteurs, et il est difficile de les prévoir *a priori*. Il advient qu'on réalise, dans des conditions expérimentales en apparence très voisines, soit des anneaux fermés, soit des spirales simples ou multiples, soit encore des structures mal définies, ramifiées, constituées d'arcs plus ou moins raccordés, et vraisemblablement intermédiaires entre ces différentes alternatives.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Sur la naissance de l'onde explosive dans le fulminate de mercure.* Note [1] de MM. **M. Patry** et **P. Laffitte**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Nous avons montré [2] que, lorsqu'on enflamme à l'air libre du fulminate de mercure à l'aide d'un cordeau Bickford, on peut avoir une déflagration (au lieu d'une détonation) lorsque la section de l'explosif est suffisamment faible. En renouvelant ces expériences avec des traînées de fulminate de sections plus grandes nous avons observé que la combustion amorcée par le cordeau Bickford se transforme en détonation au bout d'un temps plus ou moins long.

Pour obtenir des traînées de section constante et bien rectangulaire, nous utilisons un moule en bois dans lequel on dispose le fulminate et que l'on retire avant d'enflammer le cordeau Bickford. La « densité de chargement » du fulminate (variété blanche desséchée dans le vide phosphorique) est sensiblement constante dans nos expériences et égale à 1,25.

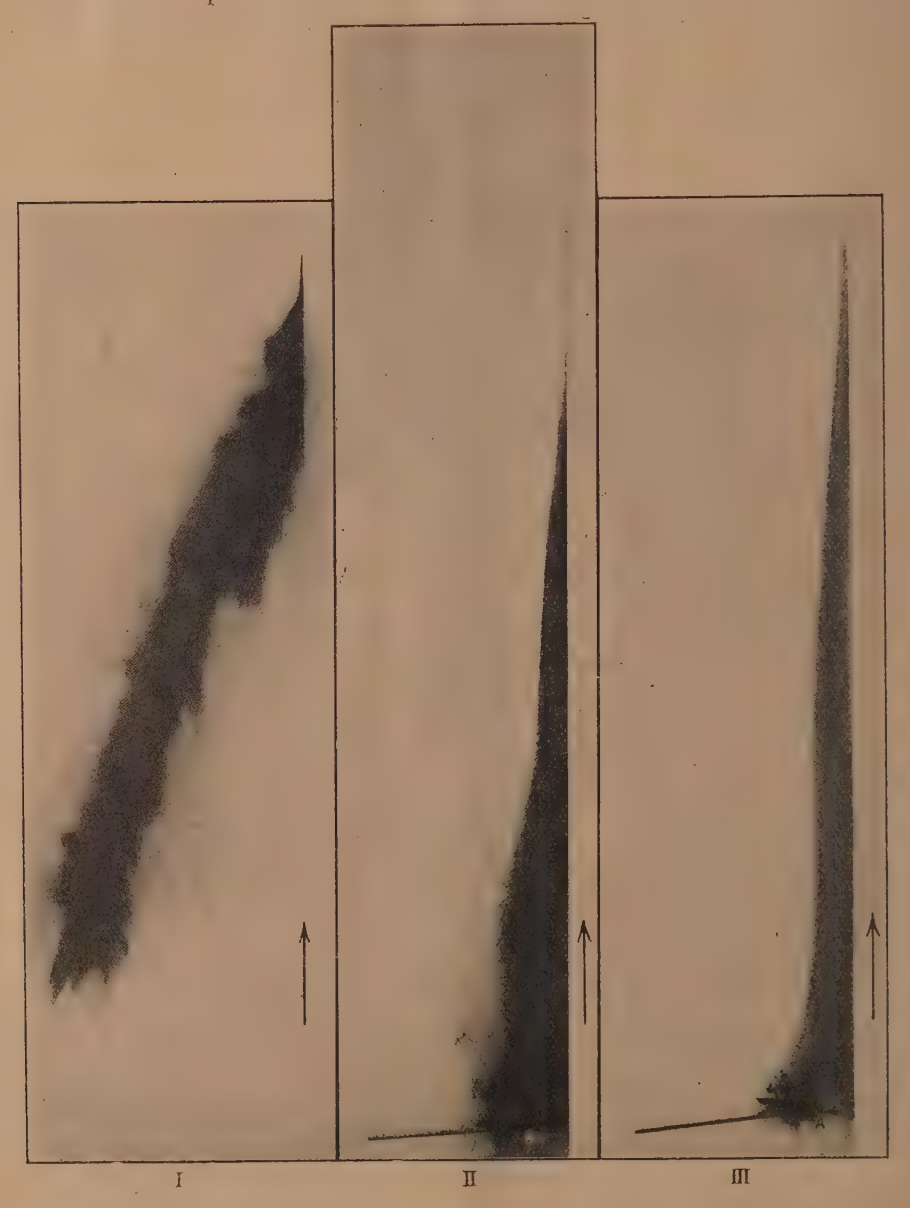
On constate sur les photographies qu'il n'y a pas continuité entre la vitesse de propagation de la combustion et celle de l'onde explosive, phénomène analogue à celui qui se produit dans les mélanges gazeux. Mais l'onde explosive prend naissance dans une partie de la masse déjà en combustion et ceci après un temps plus ou moins long : ce dernier phénomène ne se présente pas dans les mélanges gazeux où, au contraire, il peut arriver que l'onde explosive s'amorce en un point avant que la flamme y parvienne. D'autre part, comme dans les mélanges gazeux, une onde rétrograde prend naissance en même temps que l'onde explosive. L'intersection des images de ces deux ondes permet de déterminer le point précis où naît l'onde explosive.

---

(1) Séance du 7 décembre 1931.

(2) *Comptes rendus*, **193**, 1931, p. 171.

Ces différents phénomènes sont très nettement visibles sur les photo-



I II III

graphies reproduites ci-dessus et sur lesquelles la flèche indique le sens de

déplacement du film. La figure I est relative à la combustion d'une traînée de fulminate de 50^{cm} de longueur et dont la section (30^{mm^2}) était trop faible pour qu'il y ait détonation. La vitesse de déplacement du film n'était que de 1,90 m/sec de manière à avoir une photographie de dimensions convenables : ceci explique le faible développement apparent de la période initiale d'inflammation par rapport aux photographies suivantes où la vitesse du film était plus grande (*fig.* II : 13,15 m/sec; *fig.* III : 22,80 m/sec). Sur ces deux dernières photographies on voit très bien en A la naissance de l'onde explosive en un point déjà en combustion. L'onde rétrograde est également très nette. Ces deux figures II et III sont respectivement relatives à des traînées de fulminate de $82^{mm^2},5$ (largeur : 30^{mm}; hauteur : $2^{mm},75$) et de 34^{mm^2} de section (largeur : 5^{mm}; hauteur : $6^{mm},8$).

Nous avons mesuré en fonction de la section s (mm^2) pour diverses valeurs de la hauteur h (mm) et de la largeur l (mm) de la traînée de fulminate : 1° la distance d (cm) au bout de laquelle prend naissance l'onde explosive; 2° la vitesse moyenne v (m/sec) de la combustion entre l'origine et le point A; 3° la vitesse V (m/sec) de l'onde explosive au delà du point A. Les tableaux suivants résument les résultats obtenus pour diverses valeurs de l et de h.

A. ($l = 5^{mm}$.)

h	6	6,8	8,1	10	11,8
s	30	34	40,5	50	59
d	–	9,3	7,3	4,6	3,3
v	14,3	18,5	20	18	22
V	–	2350	2450	2600	2700

B. ($h = 5^{mm}$.)

l	5	6	7	8	10	12	15
s	25	30	35	40	50	60	75
d	–	–	25	14,3	9,3	6	4
v	10,7	11,7	14,1	13,65	16	20	18
V	–	–	2250	2500	2500	2600	2700

C. ($h = 2^{mm},75$.)

l	10	13	15	20	30
s	27,5	35,75	41,25	55	82,5
d	–	33,3	21,3	12	10
v	8,5	10,3	11,5	16	16
V	–	2250	2350	2700	2800

Les principales conclusions que l'on peut tirer de l'examen de ces

tableaux sont les suivantes : 1° la distance d n'est pas uniquement fonction de la section, pour une valeur donnée de s elle est d'autant plus grande que h est plus petit; 2° pour des sections égales ou supérieures à 30^{mm^2}, il ne se forme pas d'onde explosive quelles que soient les valeurs de h et de l, même pour des traînées de 1^m de longueur; 3° la vitesse de l'onde explosive ne dépend que de la section (pour une densité de chargement déterminée).

VOLCANOLOGIE. — *Le nouveau dôme de la Montagne Pelée.* Note de M. **Frank A. Perret.**

Les formations cratériformes, dites enceintes, où le rempart plus ou moins complet d'un cratère entoure un cône de plus petite taille, résultat d'une activité éruptive postérieure et de moindre intensité (exemple classique, le Monte Somma au Vésuve) sont bien connues en volcanologie.

Mais on ne s'attend pas généralement à trouver ce mode de formation dans les *dômes*, en raison même de leur structure : ce sont en effet des édifices solides sans cheminée centrale à ouverture béante, pouvant servir de siège à une formation ultérieure secondaire.

C'est donc avec le plus vif intérêt que j'ai pu constater, en regardant pour la première fois, en janvier 1930, le dôme péléen, rendu célèbre par les travaux de M. A. Lacroix en 1902 et 1903, que ce dôme avait été profondément entamé par les effets explosifs de l'éruption commencée en septembre 1929. Au milieu de la cavité ainsi produite se trouvait une petite formation conique qui semblait donner des signes d'une activité éruptive. Je me propose d'exposer ici mes observations et mes interprétations personnelles à ce sujet [1].

L'excavation du dôme de 1902 n'avait pas encore pris la vraie forme cratérique, mais présentait, en haut de l'échancrure classique de la montagne, une cavité qui s'élargissait progressivement vers le sommet du dôme au Nord-Est, laissant pourtant, au centre de la blessure, une espèce d'arête rocheuse ayant la même direction générale; une région conique en constituait la partie la plus considérable, quoique non la plus élevée. Toutefois, la phase explosive continuant pendant les mois de janvier et février, et les points d'émission des nuées ardentes se concentrant bientôt

---

(1) Cette nouvelle éruption de la Montagne Pelée a fait l'objet de Notes de M. H. Arsandaux [*Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 761; **191**, 1930, p. 623; **192**, 1931, p. 1253 (*Sur l'évolution morphologique du dôme de la Montagne Pelée*)].

en deux sources principales, l'une, très grande, au Nord, et l'autre, plus petite mais plus élevée, au Sud-Est, l'évidement produisait, au commencement de février, un gouffre cratérique; celui-ci donnait au dôme de 1902, vu à vol d'oiseau, l'aspect d'un croissant de lune pas trop mince, dont les cornes étaient rapprochées, avec une extension médiane, le tout ayant à peu près la forme d'un petit *epsilon* grec.

Étant donnée la structure du dôme, dont le noyau est entouré par des masses en pente composées presque entièrement d'éboulis, on pouvait s'étonner de voir rester en place ces parois constituées par des parties les plus faibles du dôme, tandis que les roches solides de l'intérieur avaient été emportées. Évidemment, des matériaux éruptifs ont pu monter assez haut dans l'intérieur pour y former un épicentre, d'où, malgré leur divergence, les voies d'émission sont arrivées au sommet du dôme avant d'avoir pu entamer latéralement ses parois. De tout cela résulte le fait capital que dès la première explosion du 16 septembre 1929, toutes les manifestations de cette éruption ont eu lieu dans la masse du dôme de 1902.

Le nouveau dôme, sa genèse. — La formation rocheuse dont j'ai parlé descendait en direction générale ENE-WSW, en forme de crête de coq, dont l'extrémité inférieure ressemblait à une série d'aiguilles. Plus bas encore, et arrivant jusqu'à l'ancienne échancrure, une série de fentes se renouvelaient par de fréquentes bouffées cendreuses, alignées. Les difficultés d'observation dans ce volcan, bien connues de ceux qui l'ont visité, m'ont empêché de déterminer exactement le caractère de cette formation, à savoir si elle était due à du magma néogène, ou à un reste du dôme épargné par les explosions, qui, comme je l'ai dit, tendaient à se concentrer au Nord et au Sud-Est. Le seul fait incontestable était que sa partie centrale était animée.

Cette formation centrale ne consistait pas en une simple masse, mais on distinguait fort bien, à la faveur des éclaircies, un groupe de tours formant un édifice, rappellant un château d'aspect assez fantastique. Ces tours étaient rondes, parfaitement lisses à l'extérieur et entourées de ceintures en spirale. Elles formaient de véritables tubes, et j'ai vu souvent couler de la lave de plusieurs ouvertures situées à leur base. Notons que ce type de formation est souvent constatée dans les volcans quand du magma liquide monte en contact avec des matières froides. J'ai pu ensuite observer sur le nouveau dôme, le 20 avril 1930, après un énorme éboulement, des colonnes rondes et lisses, noires le jour, mais probablement incandescentes.

Évidemment ce groupe de tours devait subir des changements rapides, et

des observations faites pendant la nuit du 28 janvier, me faisaient croire à sa destruction complète. Or l'activité s'est démontrée plus constructive que destructive; après quelques jours de difficile visibilité, le 3 février, j'ai vu nettement, et même photographié, une modification considérable de cet ensemble, qui s'était consolidé en une seule masse, de beaucoup agrandie, et présentant le profil d'un vrai dôme. Le temps le permettant, j'ai pu, en remontant par la vallée de la Rivière Blanche, arriver tout près du Morne Lénard, d'où l'on pouvait voir que cette éminence présentait à sa cime des aiguilles rudimentaires, et que sa forme était effectivement celle d'un dôme, bombé, hémisphérique. Ce jour-là, il ne donnait pas le moindre signe d'activité. Mais ce n'était là, qu'un accident de courte durée.

Dans la soirée même survenait une phase d'activité lavique d'une intensité telle que s'il y avait eu des projections on aurait pu l'appeler une activité strombolienne. Dès ce moment, à mon avis, l'activité du nouveau dôme n'a jamais cessé. Ces crises, d'abord rythmiques et en antagonisme avec celles des nuées ardentes, se réduisaient graduellement à une forme d'activité constructive de plus en plus régulière, avec production d'innombrables petites aiguilles.

La phase lavique de la nuit du 3 février fut particulièrement intéressante. De tous les côtés du nouveau dôme sortaient de minces coulées de lave incandescente, avec émission de vapeur très légère et transparente. Le phénomène était comparable à la formation des coupoles laviques, telles que celles des Colle Umberto I et Margherita, au Vésuve. Le degré d'incandescence était tel, et la croûte superficielle si mince, que, même les portions les plus sombres montraient une couleur orange foncée, et l'illumination, par réflection sur les vapeurs, était visible à Fort-de-France. Les coulées semblaient liquides et cohérentes jusqu'à une courte distance dn point d'émission, mais on ne saurait l'affirmer avec une certitude absolue. Bientôt le magma roulait en fragments présentant l'apparence bien connue du charbon en feu, et, rappelant la glissade des laves à l'extrémité inférieure des longues coulées de l'Etna. Ne disposant pas d'instruments de précision pour des mesures altimétriques, j'ai pu monter, pourtant, sur une lunette un demi-cercle gradué, et constater ainsi, pendant les jours suivants, une augmentation de hauteur du dôme. Le 19 février, du sommet du Morne Lénard, j'ai bien observé le nouveau dôme, qui avait alors un sommet plat, couronné de petites aiguilles, et des pentes rectilignes d'éboulis.

PHYSIOLOGIE. — *L'excrétion urinaire des corps cétoniques dans l'inanition chez les diverses espèces animales*. Note (¹) de MM. **Emile-F. Terroine** et **H. Trimbach**, présentée par M. d'Arsonval.

Nous avons repris l'étude de la formation des corps cétoniques pendant l'inanition afin de préciser chez quelles espèces s'observe une excrétion accrue de ces corps, et de rechercher la présence ou l'absence d'un parallélisme entre le taux de la cétogenèse et la grandeur de la destruction protéique.

I. *La cétonurie du jeûne chez des espèces animales variées.* — L'accroissement du rejet des corps cétoniques pendant l'inanition chez l'homme est un fait classique. On en voit volontiers la cause dans l'absence totale d'emploi des hydrates de carbone pour la couverture des dépenses énergétiques. Mais le phénomène ne paraît être nullement général. Le jeûne ne provoquerait qu'une augmentation faible ou nulle des corps cétoniques chez le chien (Mering, Minkowski, Maignon), chez le rat (Smith et Levine), chez la chèvre et le lapin (J. Baer), chez le bœuf (Carpenter). Bien plus, d'après Fleuret, le passage d'une alimentation mixte complète à l'inanition serait marqué, chez le bouc et le lapin, par une diminution sensible de la cétonurie. Mais il faut se rappeler que chez ces animaux très divers, l'alimentation habituelle est de composition très différente. Elle peut donc provoquer des rejets normaux très éloignés. Et comme on juge des effets de l'inanition par rapport à l'état antérieur, les conclusions restent incertaines. Nous avons donc repris l'examen de cette question sur des espèces animales très diverses, mais toutes préalablement soumises à un même régime alimentaire. Ce régime doit à la fois assurer la couverture certaine de tous les besoins et présenter un rapport convenable entre glucides, lipides et protides. A cet égard le lait de vache complet nous a paru l'aliment de choix.

Les sujets étudiés (Porcs, Chiens, Lapins, Chats, Rats) ingèrent donc du lait en quantité largement suffisante et pendant un temps assez long. Ils sont ensuite soumis à l'inanition et pour éviter une trop grande réduction du volume urinaire reçoivent, en injections, des volumes assez élevés de solutions salines (Ringer). L'inanition est longuement prolongée, parfois jusqu'à la mort.

(¹) Séance du 7 décembre 1931.

Nous aurons l'occasion de revenir sur les différences qui séparent les espèces quant à l'intensité de la cétonurie pour une alimentation identique. Nous nous contenterons aujourd'hui de prendre la moyenne quotidienne de la période de régime lacté comme terme de comparaison avec les faits observés pendant l'inanition. On trouvera ci-dessous un exemple pour chaque espèce animale, de nombreuses déterminations ayant donné des résultats concordants. Toutes les valeurs sont exprimées en milligrammes.

	Acétone + acide diacétique.	Acide β oxy-butyrique.	Corps cétoniques totaux.
Porc.			
Alim. lactée	13,87	78,16	58,65
Inanition (13 jours)	33,05	28,78	51,07
Lapin.			
Alim. lactée	1,4	9,70	6,93
Inanition (10 jours)	0,7	2,08	1,97
Chien.			
Alim. lactée	2,81	11,60	9,06
Inanition (11 jours)	2,45	8,91	7,38
Chat.			
Alim. lactée	1,30	10,0	6,85
Inanition (9 jours)	0,97	4,7	3,53
Rat.			
Alim. lactée	0,42	3,52	2,36
Inanition (5 jours)	0,17	0,56	0,51

Les faits sont démonstratifs : non seulement il n'y a jamais augmentation des corps cétoniques totaux, mais au contraire, et c'est là le point sur lequel nous insistons, il y a baisse sensible de la cétonurie totale ; confirmation et extension des conclusions de Fleuret. Sauf chez le porc, la baisse porte sur les deux groupes de composés. Chez le porc une augmentation très nette de la somme « acétone + ac. diacétique » est sensiblement compensée par la diminution de l'acide β-oxybutyrique.

La cétonurie du jeûne constitue donc une exception ; elle est limitée à l'homme et aux primates. Encore n'est-il pas certain qu'on soit en droit de parler de l'*homme* sans préciser, Heinbecker ayant montré que l'inanition ne provoque qu'une très légére cétonurie chez les Esquimaux.

II. *Cétonurie et métabolisme azoté.* — C'est également un fait classique que l'augmentation de la dépense azotée endogène lors de la substitution totale des graisses aux hydrates de carbone pour la couverture des besoins énergétiques. L'hypothèse a été émise qu'un tel fait était peut-être, partiellement au moins, la conséquence d'un accroissement de production des corps cétoniques. Nous relèverons dans un prochain mémoire la bibliographie très étendue relative aux liens qui peuvent exister entre cétogenèse et métabolisme azoté. Ici nous profitons simplement de notre étude pour rechercher si, au cours du jeûne prolongé, il existe un parallélisme nécessaire entre les variations d'excrétion de l'azote total et celles des corps cétoniques.

Moment de l'inanition.	Porc.		Lapin.		Chat.	
	N total.	Corps cétoniques totaux.	N total.	Corps cétoniques totaux.	N total.	Corps cétoniques totaux.
Deuxième jour.......	7134	40,6	672,5	6,55	–	–
Troisième »	5429	40,5	812,2	3,63	–	–
Quatrième »	4981	46,5	990,0	1,71	980	17,31
Cinquième »	4863	71,7	1406,5	1,94	1320	20,83
Sixième »	4458	63,1	860,1	1,0	966	18,69
Septième »	3623	68,9	2512,0	1,0	1451	19,12
Huitième »	2754	63,1	2255,0	0,8	1285	15,46
Neuvième »	2475	59,9	–	–	1147	12,72
Dixième »	–	–	–	–	1433	11,83

Les valeurs rapportées (milligrammes) montrent qu'il n'en est nullement ainsi, les variations pouvant être de sens inverse.

Si donc, comme de multiples expériences l'ont montré, la substitution totale des graisses aux hydrates de carbone entraîne une augmentation importante de la dégradation azotée endogène, ce n'est point à une production accrue des corps cétoniques qu'il faut rapporter ce phénomène dont la cause reste à préciser.

BIOLOGIE PHYSICO-CHIMIQUE. — *Titrage électrométrique des protéines.* Note [1] de M. **J. Errera**, présentée par M. J. Perrin.

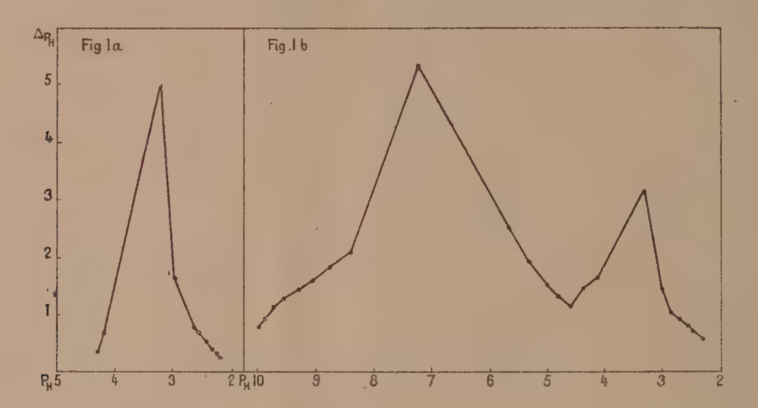
En collaboration avec M. Vogels et avec l'aide de M. Hauss, nous avons continué l'étude de protéines par titrages électrométriques (avec électrode d'antimoine) [2].

---

[1] Séance du 23 novembre 1931.

[2] *Comptes rendus*, 193, 1931, p. 959.

La courbe *a* représente le titrage de la globuline de l'arachide dissoute dans une solution de NaCl titrée par HCl N/100. Le maximum correspond à la fin de l'action de l'acide sur la globuline et au début de l'apparition de l'acide libre. La courbe *b* est la c. t. e. de la même globuline dissoute dans NaCl à 8 pour 100 additionnée de soude et titrée par HCl N/50. Rappelons que le premier maximum correspond à la fin de la neutralisation de la soude libre et au début de l'action d'HCl sur le globulinate de soude, le deuxième maximum correspondant au même phé-



nomène que le maximum unique de la courbe *a*. Le minimum de la courbe *b* est le point isoélectrique : c'est la fin du déplacement du globulinate par l'acide et le début de la chloruration des groupes aminés de la protéine. Le nombre de centimètres cubes de réactif nécessaire pour passer du maximum 1 au maximum 2 est une mesure de la concentration en protéine. Le nombre de centimètres cubes utilisés pour passer du maximum 1 au minimum divisé par le nombre de centimètres cubes nécessaire pour passer de ce minimum au maximum 2 est une mesure du rapport du nombre de groupes COOH et NH^2 de la protéine. Les valeurs des pH correspondant aux demi-titrations entre les maxima et le point isoélectrique permettent de calculer les constantes d'ionisation d'une protéine du côté acide (K_a) et du côté basique (K_b). Pour l'arachide $K_a = 7,1.10^{-6}$ et $K_b = 1,6.10^{-10}$.

Les c. t. e. ainsi figurées contribuent à établir le caractère « d'individu chimique » des protéines. Pour le mettre encore en relief, nous citerons les trois expériences suivantes :

1° Un même sérum a été titré avec de l'HCl de différentes concentrations; entre les deux maxima extrêmes, il fallait avec HCl N/10 $2^{cm^3},4$, avec HCl N/100, il en fallait 23.

2° Nous titrons par de l'HCl des solutions de blanc d'œuf battu (12,7 pour 100 de protéines) de différentes concentrations. Le premier tableau résume les résultats

Composition. Solutions.			Réactif titrant.	Nombre de centimètres cubes d'acide entre 2 max. extrêmes.	Nombre de centimètres cubes ramené à 10cm³ blanc et HCl N/10.
10	blanc + 15	NaCl 0,8 pour 100.....	HCl N/20	12,5	6,25
5	» + 20	»......	HCl N/20	6	6
2,5	» + 22,5	»......	HCl N/40	6	6
1	» + 24	»......	HCl N/50	3	6

Ces deux expériences font ressortir que les combinaisons des protéines sont stœchiométriques.

3° La dilution de certaines protéines en milieu sodique peut être accompagnée d'hydrolyse : pour chaque molécule de dimension colloïdale de protéine, il y a des groupes NH^2 et COOH extérieurs et un certain nombre de ces groupes combinés à l'intérieur de la molécule par exemple sous la forme — CO — NH. L'hydrolyse peut avoir pour effet d'ouvrir ces liaisons intérieures et d'augmenter le nombre de radicaux acides et amines libres. Dans l'exemple suivant, nous avons gardé constante la concentration en soude (N/10) et fait varier celle de blanc d'œuf. Le titrage a été fait par HCl N/10.

Composition. Solution.	pH initial.	pH premier maxima (début).	pH dernier maxima (fin).	Nombre de cm³ d'acide entre ces deux max ramené à 10cm³ blanc.
5 blanc + 16 NaCl + 4 NaOH......	10,25	8,15	3,15	7
2,5 » 18 »	10,6	8,4	2,95	10
1 » 20 »	11,3	8,45	2,9	12

On voit que l'hydrolyse augmente avec le pH initial : le nombre de groupes COONa et NH^2 a augmenté puisque le nombre de centimètres cubes d'acide a augmenté au lieu de rester constant comme dans le premier tableau.

Les études faites jusqu'ici sur les protéines de riz, blé, maïs, arachide, sur la gélatine, sur les albumines et globulines du sérum sanguin et de l'œuf confirment que : 1° les points isoélectriques des albumines et des globulines sont dans la région acide (pH 4 à 5,5) tandis que ceux des prolamines et des glutélines sont dans la région alcaline (pH 8 à 10); 2° dans un

mélange complexe, la séparation par notre méthode des albumines des globulines d'une part, des prolamines des glutélines d'autre part est parfois difficile, ce qui provient de ce que leur maxima sont à des pH voisins; il faut alors faire varier, pour une concentration donnée en protéines, la quantité de réactif titrant ajouté entre chaque mesure de potentiel.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur les glycérophosphomolybdates.* Note [1] de M. PAUL FLEURY, présentée par M. A. Desgrez.

On connaît de longue date les complexes phosphomolybdiques, mais il ne semble pas que l'attention ait été attirée sur la formation possible des complexes analogues avec les glycérophosphates. Dans cette Note nous apportons d'abord deux séries d'expériences où les glycérophosphates se conduisent, tout au moins qualitativement, comme les phosphates, vis-à-vis de l'acide molybdique.

Dans la *première série*, on utilise l'action exercée par les phosphates sur le pouvoir rotatoire très élevé des solutions aqueuses de molybdomalate d'ammonium droit, action se traduisant par une diminution de l'activité optique, en fonction de la quantité de phosphate utilisé (DARMOIS, *Bull. Soc. chim.*, 39, 1926, p. 723).

Nous avons songé à examiner quelle était, dans les mêmes conditions, l'activité des glycérophosphates α et β. Toutes nos expériences ont été faites d'après le schéma suivant :

Molybdomalate de NH^4 (10^g pour 100^{cm^3} de sol)................	2^{cm^3}
Sel M/10 de phosphate, ou glycérophosphate disodique.........	N^{cm^3}
Eau, q. s. pour...	10^{cm^3}

On détermine le pouvoir rotatoire, pour la raie D du sodium, de solutions où N varie de 0 à 8^{cm^3}.

Les résultats obtenus sont traduits dans le graphique de la figure 1.

Qualitativement, les glycérophosphates α et β se conduisent donc comme le phosphate disodique. Quantitativement, les trois sels ont la même action aux faibles concentrations, tandis qu'aux fortes, l'activité des phosphates est plus marquée. Les deux isomères α et β ont une action comparable.

(1) Séance du 7 décembre 1931.

La *deuxième série* d'expériences est basée sur l'observation suivante : si l'on mélange une solution de molybdate de NH^4, préalablement neutralisée à l'héliantine, avec une solution de phosphate monoalcalin (donc sensiblement neutre à l'héliantine), la solution devient alcaline; la quantité

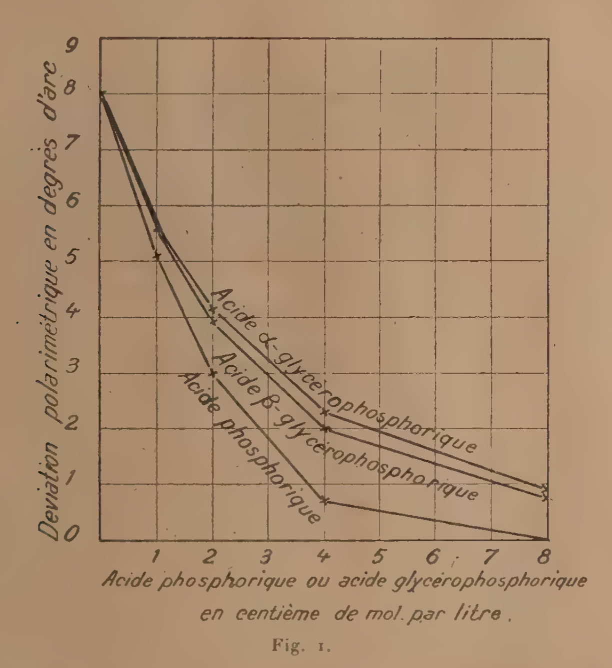


Fig. 1.

d'acide chlorhydrique à ajouter pour rétablir la réaction primitive dépend de la quantité de molybdate de NH^4 introduite. Elle croît d'abord avec l'addition de molybdate, puis atteint un maximum qui ne peut être dépassé, quelle que soit la quantité de molybdate ajoutée. Or, qualitativement, le phénomène est le même avec un glycérophosphate monoalcalin, soit α, soit β. Nos expériences quantitatives contenaient, pour un volume total de 40^{cm^3}, des quantités croissantes de molybdate de NH^4, préalablement neutralisées à l'héliantine (exprimées en millimolécules de MoO^3) et des quantités constantes, soit de phosphate monosodique, soit de glycérophosphates α ou β.

On note les quantités de ClH (en millimolécules) nécessaires pour ramener la solution à la réaction initiale. Le graphique de la figure 2 traduit nos résultats (les valeurs obtenues avec l'α-glycérophosphate sont à

peu près superposables à celles de l'isomère β seules notées au graphique).

Les conclusions que l'on peut en tirer viennent, en somme, confirmer les expériences précédentes.

Nous avons alors entrepris de séparer les composés ainsi décelés. Jusqu'ici nous n'avons pu obtenir, à l'état cristallisé, que les composés β, en préci-

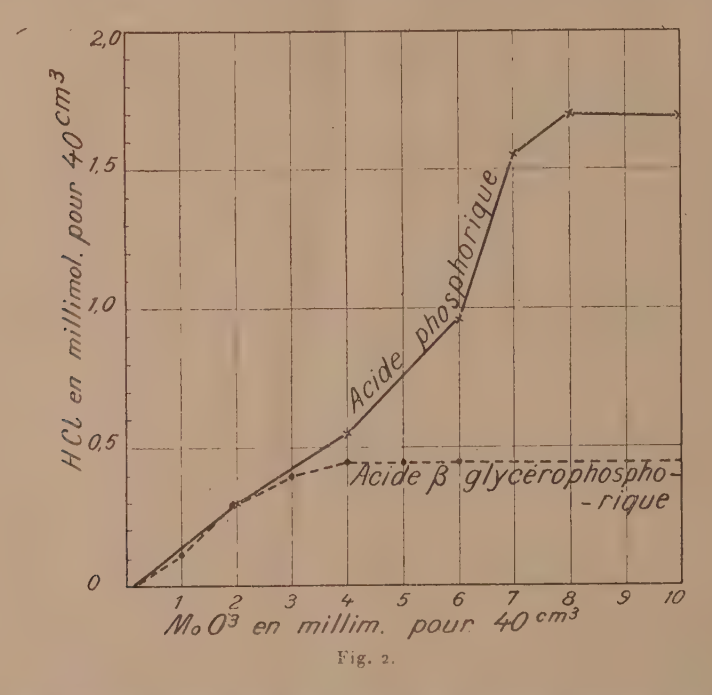


Fig. 2.

pitant par l'alcool, dans des conditions qui seront décrites dans un autre recueil, des solutions de glycérophosphates monoalcalins additionnés d'acide molybdique jaune de Rosenheim MoO^3, $2H^2O$. Ces corps, très bien cristallisés, correspondent à la formule $2,5MoO^3$, $\beta(C^3H^7O^2)PO^4M^2$, nH^2O ($n = 2,5$ pour le sel de K et 4 pour le sel de Na).

Conclusion. — Malgré son éthérification par la glycérine, l'acide phosphorique conserve, bien qu'atténuée, la propriété de former des complexes avec l'acide molybdique. Deux de ces complexes ont pu être isolés à l'état cristallisé, le β-glycérophosphomolybdate de sodium et le β-glycérophosphomolybdate de potassium.

CYTOLOGIE. — *Cytologie du Colibacille*, Bacterium coli *Escherich*. Note de M. **A.-Ch. Hollande** et Mme **G. Hollande**, présentée par M. M. Caullery.

Le colibacille, au point de vue cytologique, est très voisin du bacille typhique ([1]); il ne s'en distingue que par sa moindre richesse en métachromatine cyanophile et la présence plus fréquente de deux vacuoles apicales chez les formes jeunes.

Comme chez le bacille d'Eberth, les formes jeunes naissent d'un rénitocyte minuscule (*fig*. 15, α et β), élaboré aux extrémités des bacilles des vieilles cultures.

Les formes jeunes du *Bacterium coli* sont constituées par des individus à bouts arrondis (*fig*. 7), présentant un protoplasme dense, basophile, à structure non alvéolaire, renfermant un paranucléosome globuleux (métachromatine érythrophile); celui-ci masque le plus souvent le nucléosome (*fig*. 7, β), fin corpuscule sphérique, souvent en division, coloré, après teinture par les éosinates à la soude Hollande, en bleu noirâtre ([2]).

Parfois, le nucléosome est accolé au paranucléosome (*fig*. 7, α), ou en est séparé (*fig*. 7 α et *fig*. 7'). Il se divise activement avant, pendant ou après la division du paranucléosome. En grandissant, la forme jeune du colibacille augmente de volume, et acquiert deux vacuoles apicales, elle a souvent alors la forme d'un huit (*fig*. 3). Il peut exister des produits de sécrétion intravacuolaires colorés en brun ocre. La membrane externe est simple et se colore faiblement en rouge orangé (éosinates).

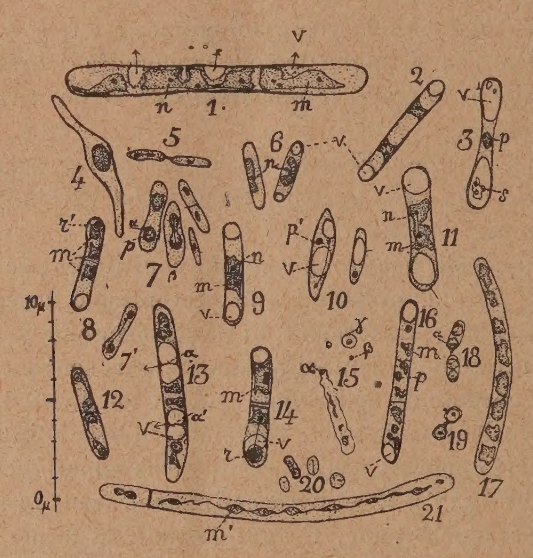
Les formes évoluées du colibacille se différencient par la disparition du paranucléosome et l'apparition du métachromatinosome sous la forme d'une tache à contours irréguliers, formée de métachromatine cyanophile. Il existe le plus souvent deux métachromatinosomes par bacille, rapprochés

---

([1]) Cf. *C. R. Soc. Biologie*, **107**, 1931, p. 205, et **108**, 1931, p. 931; *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 1585, et **193**, 1931, p. 790.

([2]) Dans les préparations bien différenciées du bacille typhique et du colibacille, les nucléosomes, après coloration aux éosinates à la soude, sont nettement colorés en bleu noirâtre; dans les préparations insuffisamment différenciées, ils prennent souvent, dans les mêmes conditions de coloration, une teinte rouge ou rouge violacé, comme nous l'avions indiqué dans notre première Note aux *Comptes rendus de la Société de Biologie*, **107**, 1931, p. 206.

(*fig.* 9) ou non (*fig.* 2) l'un de l'autre. Rarement se voit dans le corps microbien une mince cloison transversale teintée en bleu foncé [et non en rouge orangé (éosinates)], séparant les deux métachromatinosomes, ou deux groupes de métachromatinosomes; exceptionnellement s'observent dans uu même individu, deux membranes transversales (*fig.* 16). Chaque



Colibacille; dessins effectués à la chambre claire.

Fig. 3, 5, 7 et 7', « formes jeunes » du colibacille; en 3, grande « forme jeune » possédant deux vacuoles apicales; fig. 2, 6, 9, 11, « formes évoluées » du colibacille; fig. 12, jeune « forme évoluée » sans vacuoles apicales, en voie de division; fig. 4, 21, 17, 1, phytoschizontes à divers stades; fig. 13, schizophytoïde en voie de multiplication; mise en liberté des individus par gélification de la portion mitoyenne des membranes α et α'; fig. 16, forme évoluée avec deux cloisons transversales; métachromatinosomes (*m*) en formation, et paranucléosomes (*p*) en régression; fig. 15, bacille dégénéré présentant un rénitocyte α; β rénitocyte libre; γ, rénitocyte germant; fig. 8, 14, début de la formation du rénitocyte; fig. 10, jennes individus à vacuole centrale nés des rénitocytes; *p'*, paranucléosomes en formation; fig. 20, petits éléments sphériques nucléés élaborés par les bacilles du type 10; fig. 18, divers stades de l'évolution des éléments sphériques aboutissant aux formes 19, dont chaque uoyau résulterait (?) de la fusion (autogamie ?) de deux noyaux semblables à ceux de la cellule α de la figure 18. *m*, métachromatinosome; *p*, paranucléosome; *n*, nucléosome; *v*, vacuole; *s*, produit de sécrétion; *r* et *r'*, rénitocytes en formation,

métachromatinosome renferme un nucléosome (*fig.* 2, 6, 9), fréquemment en division (*fig.* 11); ce dernier peut ici encore être situé en dehors des métachromatinosomes (*fig.* 6). Il n'y a pas de noyau diffus (appareil chromidial), le nucléosome étant le noyau de la cellule.

Des formes jeunes peuvent évoluer en phytoschizontes (*fig.* 4, 21, 17) qui produiront des schizophytoïdes, suivant le processus déjà indiqué pour

le bacille d'Eberth (*Comptes rendus*, 1931, p. 205); certains schizophytoïdes sont aptes à se diviser semblablement (*fig*. 13).

L'élaboration des rénitocytes ne s'établit que chez les « formes évoluées ». Autour d'un nucléosome néoformé, produit à la suite de la division du nucléosome d'un métachromatinosome proche, s'individualise un halo protoplasmique renfermant un peu de métachromatine cyanophile; puis, une fine membrane périphérique apparaît, limitant l'élément du reste de l'individu. Peu à peu le rénitocyte se contracte et se condense (*fig*. 15, α). Aux termes de son évolution, il apparaît sous la forme d'un corpuscule sphérique minuscule, (*fig*. 15, β) situé à la limite de la visibilité (ultra-virus).

Placé dans un milieu favorable, le rénitocyte germe; sa membrane se gonfle et apparaît en son centre une petite sphère protoplasmique pourvue d'un fin nucléosome (*fig*. 15, γ). Ce germe évolue soit en un bacille fin qui reproduit une forme jeune, soit en un bacille ovoïde, en forme de navette, présentant une vacuole centrale (*fig*. 10).

Ce dernier donne rapidement naissance à une forme évoluée, voisine des schizophytoïdes du type 13, ou individualise à une de ses extrémités, autour d'un fin nucléosome, une petite sphère protoplasmique, qui évolue dans la suite pour son propre compte (*fig*. 20). Après des subdivisions diverses (*fig*. 20 et 18), il en résulte des éléments, jumelés ou isolés, entourés d'une forte membrane (*fig*. 19). Nous pensons que ces éléments sont peut-être en rapport avec des phénomènes sexués (autogamie ?).

Ultérieurement, de ces cellules microscopiques dérivent des formes monstrueuses (5 à $8^{\mu} \times 30$ à 40^{μ}) (formes d'involution), souvent piriformes qui, en s'étirant, se résolvent finalement en cellules donnant naissance à des phytoschizontes.

La similitude des caractères cytologiques qui existent entre le bacille d'Eberth et le colibacille ne permettent pas, au point de vue botanique, de ranger, avec les auteurs américains, le colibacille et la bacille typhique en deux genres différents (*Escherichia* et *Eberthella*). Nous les maintiendrons l'un et l'autre dans le genre *Bacterium*.

A 16h, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h20m.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 9 novembre 1931.)

Note de M. *Jacques Devisme*, Sur quelques équations aux dérivées partielles :

Page 827, ligne 9, *au lieu de* $\Delta^{k+1}U$, *lire* $\Delta^{k-1}U$; dernière formule, *au lieu de* $-$, *lire* $+$ à l'intérieur des crochets.

(Séance du 23 novembre 1931.)

Note de MM. *H. Vincent* et *L. Velluz*, Sur les propriétés immunigènes de la cryptotoxine diiodosalicylique :

Page 969, deuxième renvoi au bas de la page, *au lieu de* 1 pour 1000, *lire* 1 pour 100

Note de M. *Maurice Janet*, Sur le minimum du rapport de certaines intégrales :

Page 979, ligne 13, *au lieu de* de la dérivée d'ordre $n-1$, *lire* des dérivées d'ordres $n-1$ et n.

Note de M. *Jacques Devisme*, Sur quelques équations aux dérivées partielles :

Page 984, ligne 7, *au lieu de* $\frac{d^2V}{dt^2}$ et $\frac{dV}{dt}$, *lire* $\frac{d^3V}{dt^3}$ et $\frac{d^2V}{dt^2}$ pour les deux premiers termes de l'équation.

(Séance du 30 novembre 1931.)

Note de MM. *Georges Ranque* et *Pierre Henry*, Sur la détermination des caractéristiques d'allongement visqueux des métaux à chaud :

Page 1061, lignes 12 et 20 du texte et en note, *au lieu de* Kohn, *lire* Rohn.